

НОМИНАЦИЯ «ИНФОРМАТИКА И ИТ»

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут). Работа состоит из 10 заданий. Задания можно выполнять в любом порядке. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения работы у Вас останется время, то вы можете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за все выполненные задания, суммируются. Всего за этап Вы можете получить **100 баллов**. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий, и набрать наибольшее количество баллов.

Типовые варианты заданий

Задание 1 (5 баллов). Переведите шестнадцатеричное число $A_{16} = 13CE,D2$ в десятичную систему счисления.

Решение:

$$13CE,D2 = 1 \cdot 16^3 + 3 \cdot 16^2 + 12 \cdot 16^1 + 14 \cdot 16^0 + 13 \cdot 16^{-1} + 2 \cdot 16^{-2} = 4096 + 768 + 192 + 14 + 0,8125 + 0,0078125 = 5070 + 0,8203125 = 5070,8203125.$$

Ответ: 5070,8203125.

Задание 2 (5 баллов). Даны 4 числа, они записаны с использованием различных систем счисления. Укажите среди этих чисел то, в двоичной записи которого содержится ровно 6 единиц. Если таких чисел несколько, укажите наибольшее из них.

- 1) $63_{10} * 4_{10}$ 2) $F8_{16} + 1_{10}$ 3) 333_8 4) 11100111_2

Решение:

1) нужно перевести все заданные числа в двоичную систему, подсчитать число единиц и выбрать наибольшее из чисел, в которых ровно 6 единиц;

2) для первого варианта переведем оба сомножителя в двоичную систему:

$$63_{10} = 111111_2 \quad 4_{10} = 100_2$$

в первом числе ровно 6 единиц, умножение на второе добавляет в конец два нуля:

$$63_{10} * 4_{10} = 111111_2 * 100_2 = 11111100_2$$

то есть в этом числе 6 единиц

3) для второго варианта воспользуемся связью между шестнадцатеричной и двоичной системами счисления: каждую цифру шестнадцатеричного числа можно переводить отдельно в тетраду (4 двоичных цифры):

$$F_{16} = 1111_2 \quad 8_{16} = 1000_2 \quad F8_{16} = 1111 \ 1000_2$$

после добавления единицы $F8_{16} + 1 = 1111 \ 1001_2$ также получаем число, содержащее ровно 6 единиц, но оно меньше, чем число в первом варианте ответа

- 4) для третьего варианта используем связь между восьмеричной и двоичной системами: каждую цифру восьмеричного числа переводим отдельно в триаду (группу из трёх) двоичных цифр:

$$333_8 = 011\ 011\ 011_2 = 11011011_2$$

это число тоже содержит 6 единиц, но меньше, чем число в первом варианте ответа

- 5) последнее число 11100111_2 уже записано в двоичной системе, оно тоже содержит ровно 6 единиц, но меньше первого числа
- 6) таким образом, все 4 числа, указанные в вариантах ответов содержат ровно 6 единиц, но наибольшее из них – первое

Ответ: 1.

Задание 3 (10 баллов). В саду 100_x фруктовых деревьев, из которых 33_x – яблони, 22_x – груши, 16_x – сливы, 17_x – вишни. Чему равно основание системы счисления (x).

Решение.

1. Все слагаемые – двузначные числа. В любой системе счисления их можно представить так:

$$a * x^1 + b * x^0 = ax + b, \text{ где } a \text{ и } b \text{ – это цифры соответствующих разрядов числа.}$$

Для трехзначного числа будет так:

$$a * x^2 + b * x^1 + c * x^0 = ax^2 + bx + c$$

2. Условие задачи таково:

$$33_x + 22_x + 16_x + 17_x = 100_x$$

Подставим числа в формулы:

$$3*x^1 + 3*x^0 + 2*x^1 + 2*x^0 + 1*x^1 + 6*x^0 + 1*x^1 + 7*x^0 = 1*x^2 + 0*x^1 + 0*x^0$$

$$7x + 18 = x^2$$

3. Решим квадратное уравнение:

$$-x^2 + 7x + 18 = 0$$

$$D = 7^2 - 4 * (-1) * 18 = 49 + 72 = 121. \text{ Квадратный корень из } D \text{ равен } 11.$$

Корни квадратного уравнения:

$$x = (-7 + 11) / (2 * (-1)) = -2 \text{ или } x = (-7 - 11) / (2 * (-1)) = 9$$

4. Отрицательное число не может быть основанием системы счисления. Поэтому x может быть равен только 9.

Ответ: Искомое основание системы счисления равно 9.

Задание 4 (5 баллов). Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1$$

$$F(n) = F(n-1) * n, \text{ при } n > 1$$

Чему равно значение функции $F(5)$?

В ответе запишите только целое число.

Решение:

- 1) используя заданную рекуррентную формулу, находим, что
$$F(5) = F(4) * 5$$
- 2) применив формулу еще несколько раз, получаем
$$F(5) = F(3) * 4 * 5 = F(2) * 3 * 4 * 5 = F(1) * 2 * 3 * 4 * 5$$
- 3) мы дошли до базового случая, который останавливает рекурсию, так как определяет значение $F(1) = 1$
- 4) окончательно $F(5) = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 = 120$

Ответ: 120.

Задание 5 (5 баллов).

Что делает следующий фрагмент программы?

Function d (x: real; n: integer): real;

begin

if n=0

then d:=1

else

if n<0

then d:=1/d(x,-n)

else d:=d(x,n-1)*x

end.

Ответ: в данном фрагменте программы вычисляется X^n .

Задание 6 (5 баллов). Определите, что будет напечатано в результате работы следующего фрагмента программы:

```
var k, s: integer;  
begin  
  k:=5;  
  s:=2;  
  while k < 120 do begin  
    s:=s+k;  
    k:=k+2;  
  end;  
  write(s);  
end.
```

Решение:

- 1) начальные значения переменных **k** и **s** равны соответственно 5 и 2;
- 2) цикл заканчивается, когда нарушается условие **k < 120**, то есть количество шагов цикла определяется изменением переменной **k**;
- 3) после окончания цикла выводится значение переменной **s**;

- 4) с каждым шагом цикла значение **s** увеличивается на **k**, а затем значение **k** – на 2, так что к начальному значению **s** добавляется сумма членов арифметической прогрессии с начальным значением $a_1=5$ и разностью $d=2$;
- 5) поскольку начальное значение **k** равно 5 и с каждым шагом оно увеличивается на 2, переменная **k** принимает последовательно нечётные значения: 5, 7, 9, ...
- 6) цикл заканчивается, когда значение **k** становится не меньше 120; поскольку **k** всегда нечётное, конечное значение **k** равно 121;
- 7) поскольку значение **k** увеличивается после того, как увеличивается значение **s**, значение 121 уже не входит в сумму, то есть последний элемент последовательности:

$$a_n=121-2=119;$$

$$S=2+a_1+a_2+\dots+a_n=2+5+7+9+\dots+119$$

- 8) количество членов последовательности, которые входят в сумму, можно вычислить: чтобы из 5 получить 119 нужно 57 раз добавить шаг 2, поэтому общее число элементов последовательности равно $n=58$ (на один больше);
- 9) теперь используем формулу для вычисления суммы членов арифметической прогрессии:

$$S_k = 5 + 7 + 9 + \dots + 119 = \frac{5+119}{2} \cdot 58 = 62 \cdot 58 = 3596$$

- 10) к этой сумме нужно добавить начальное значение переменной **s**, равное 2:

$$S=2+3596=3598.$$

Ответ: 3598.

Задание 7 (10 баллов). Дан целочисленный квадратный массив 10 x 10. Опишите на русском языке или на одном из языков программирования алгоритм вычисления суммы максимальных элементов из каждой строки. Напечатать значение этой суммы. Предполагается, что в каждой строке такой элемент единственный.

Решение:

- 1) суть задачи: среди элементов каждой строки нужно выбрать максимальный, и все эти выбранные значения сложить;
- 2) программа на языке Pascal:

```
const N=10;
```

```
var A: array[1..N,1..N] of integer;
```

```
  i, k, max, Sum: integer;
```

```
begin
```

```
{ ввод матрицы N на N }
```

```
Sum := 0;
```

```
for i:=1 to N do begin
```

```
  {За максимальный элемент в строке вводится переменная max, в которую сначала записывается значение первого элемента этой строки}
```

```
    max := A[i,1];
```

{В цикле просматриваются все элементы, начиная со **второго** и до конца массива. Если очередной элемент больше значения **max**, записываем в **max** значение этого элемента}

for k:=2 to N do

if A[i,k] > max then max := A[i,k];

Sum := Sum + max; {Для каждой строки находится максимальный элемент и прибавляется его значение к **Sum.**}

end;

writeln(Sum);

end.

Задание 8 (15 баллов). Даны два натуральных числа. Найти их наибольший общий делитель. Примечание: наибольшим общим делителем (НОД) двух натуральных чисел m и n называется наибольший из их общих делителей.

Решение. При решении воспользуемся алгоритмом Евклида нахождения НОД.

Алгоритм на естественном языке:

- 1) Ввод m и n ;
- 2) Запуск цикла с предусловием $m \neq n$. В цикле:
 1. Если $m > n$, то переменной m присвоить $m - n$, иначе переменной n присвоить $n - m$;
- 3) Вывод m :

Пример программы на языке Pascal.

```
program NOD;
var m, n: word;
begin
writeln('Введите два числа');
readln(m, n);
while m <> n do begin
  if m > n then begin
    m := m - n
  end
  else begin
    n := n - m
  end
end;
writeln('НОД =', m)
end.
```

Задание 9 (10 баллов). Решить логическую задачу.

Алеша, Боря и Гриша нашли в земле сосуд. Рассматривая в земле удивительную находку, каждый высказал по два предположения:

Алеша. Это сосуд греческий и изготовлен в V веке.

Боря. Это сосуд финикийский и изготовлен в III веке.

Гриша. Это сосуд не греческий и изготовлен в IV веке.

Учитель истории сказал ребятам, что каждый из них прав в только в одном из двух предположений.

Где и в каком веке изготовлен сосуд?

Решение.

Введем следующие обозначения:

G = сосуд греческий

F = сосуд финикийский

V3 = изготовлен в III в.

V4 = изготовлен в IV в.

V5 = изготовлен в V в.

После того, как введены обозначения для простых высказываний, составим сложные высказывания - предположения школьников.

Алеша сказал: «Сосуд греческий и изготовлен в V в.». Это сложное высказывание можно записать так: **G and V5**. Из слов учителя следует, что это высказывание ложно. Но Алеша прав в одном из предположений, значит либо **G = 1**, либо **V5 = 1**. Значит, истинным будет высказывание сосуд не греческий, но изготовлен в V веке или сосуд греческий, но изготовлен не в V веке. Это рассуждение приводит нас к следующему истинному высказыванию:

$G \text{ and } (\text{not } V5) \text{ or } (\text{not } G) \text{ and } V5 = 1$

или

$G * (\text{not } V5) + (\text{not } G) * V5 = 1$

Проведя аналогичные рассуждения о высказываниях Бориса и Гриши, получим еще два сложных высказывания:

$F \text{ and } (\text{not } V3) \text{ or } (\text{not } F) \text{ and } V3 = 1$

$(\text{not } G) \text{ and } (\text{not } V4) \text{ or } G \text{ and } V4 = 1$

Опишем логические выражения, в которых отметим, что сосуд может быть изготовлен в III веке, или изготовлен в IV веке, или изготовлен в V веке.

$V3 * (\text{not } V4) * (\text{not } V5) + (\text{not } V3) * V4 * (\text{not } V5) + (\text{not } V3) * (\text{not } V4) * V5 = 1$

А также, что он или финикийский, или греческий.

$F * (\text{not } G) + (\text{not } F) * G = 1$

Перемножим 5 тождественно истинных высказываний.

$(G * (\text{not } V5) + (\text{not } G) * V5) * (F * (\text{not } V3) + (\text{not } F) * V3) * ((\text{not } G) * (\text{not } V4) + G * V4) * (V3 * (\text{not } V4) * (\text{not } V5) + (\text{not } V3) * V4 * (\text{not } V5) + (\text{not } V3) * (\text{not } V4) * V5) * (F * (\text{not } G) + (\text{not } F) * G) = 1$

Перемножим 1 и 3 скобки, затем 2 и 5, упростим выражения, учитывая $G*(\text{not } G)=0$

$$G * G = G, (\text{not } G) * (\text{not } G) = (\text{not } G)$$

$$(G * (\text{not } V5) * V4 + (\text{not } G) * V5 * (\text{not } V4)) * (F * (\text{not } V3) * (\text{not } G) + (\text{not } F) * V3 * G) * (V3 * (\text{not } V4) * (\text{not } V5) + (\text{not } V3) * V4 * (\text{not } V5) + (\text{not } V3) * (\text{not } V4) * V5) = 1$$

$$(\text{not } G) * F * (\text{not } V3) * (\text{not } V4) * V5 = 1$$

$$F = 1, V5 = 1$$

Ответ: Сосуд финикийский и изготовлен в Vв.

Задача 10 (10 баллов). Решить логическую задачу.

Пятеро одноклассников – Аня, Саша, Лена, Вася и Миша – стали победителями олимпиад школьников по физике, математике, информатике, литературе и географии. Известно, что:

- 1) победитель олимпиады по информатике учит Аню и Сашу работать на компьютере;
- 2) Лена и Вася тоже заинтересовались информатикой;
- 3) Саша всегда побаивался физики;
- 4) Лена, Саша и победитель олимпиады по литературе занимаются плаванием;
- 5) Саша и Лена поздравили победителя олимпиады по математике;
- 6) Аня сожалеет о том, что у нее остается мало времени на литературу.

Победителем какой олимпиады стал каждый из ребят?

Решение. Построим таблицу, где строками будут предметы олимпиады, а столбцами – имена ребят. В клетку поставим знак «+», если между объектами имя и предмет есть связь, и знак «-» в противном случае.

1. В соответствии с условиями задачи поставим знак «-» в соответствующие клетки.

	Аня	Саша	Лена	Вася	Миша
Физика		-			
Математика		-	-		
Информатика	-	-	-	-	
Литература	-	-	-		
География					

2. В строке **Информатика** четыре минуса. Значит, в пятую клетку ставим «+», и это значит, что Миша – победитель олимпиады по информатике.

3. В столбце **Миша** заполняем все оставшиеся клетки минусами.

4. В столбце **Литература** остается одна пустая клетка, ставим в нее «+». Значит, Вася – победитель олимпиады по литературе.

5. В столбце **Вася** все пустые клетки заполняем минусами.

6. В столбце **Саша** стоит четыре минуса, ставим в пятую клетку плюс. Значит Саша – победитель олимпиады по географии.

7. Заполняем в строке **География** все оставшиеся клетки минусами.

8. В столбце **Лена** осталась одна свободная клетка, ставим там плюс. Лена – победитель олимпиады по физике.

9. Аня – победитель олимпиады по математике.

	Аня	Саша	Лена	Вася	Миша
Физика	–	–	+	–	–
Математика	+	–	–	–	–
Информатика	–	–	–	–	+
Литература	–	–	–	+	–
География	–	+	–	–	–

Задание 10 (10 баллов). Работа в Excel.

Для выполнения задания необходимы следующие практические навыки и знания по работе с электронными таблицами:

1. Создание формул с использованием арифметических и логических операций, а также любого вида функций.
2. Использование функций, обрабатывающих диапазон ячеек (СУММ, СРЗНАЧ, СЧЕТЕСЛИ, СУММЕСЛИ, МАКС, МИН и т.д.), работа с текстовыми полями.
3. Создание фильтров, использование проверки данных.
4. Импорт данных.
5. Работа с группами и структурами.
6. Сортировка таблиц по указанному ключу.
7. Построение диаграмм и графиков различных типов
8. Работа со скрытыми строками и столбцами
9. Использование абсолютной и относительной адресации
10. Работа с несколькими листами таблицы и умение ссылаться на ячейки другого листа таблицы в формулах.
11. Создание сводных диаграмм.

Задание 11 (10 баллов). Работа с растровой графикой.

Используя готовые изображения, создать коллаж (совмещение нескольких изображений или их частей). Примените различные режимы наложения и фильтры для усиления впечатления и улучшения качества работы.

Задание 12 (10 баллов). Работа с векторной графикой.

Создайте иллюстрацию с использованием основных элементов векторного редактора (линий, прямоугольника, эллипса, круга и др., инструментов заливки и т.д.).