

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина»
Институт новых технологий и искусственного интеллекта
Кафедра функционального анализа

УТВЕРЖДАЮ:
И.о. директора института



Н. Л. Королева
«16» сентября 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине Б1.О.23 Дифференциальные уравнения

Направление подготовки/специальность: 01.03.01 - Математика

Профиль/направленность/специализация: Искусственный интеллект и моделирование

Уровень высшего образования: бакалавриат

Квалификация: Бакалавр

год набора: 2024

Автор программы:

Кандидат физико-математических наук, доцент Фомичева Юлия Геннадьевна

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 - Математика (уровень бакалавриата) (приказ Министерства образования и науки РФ от «10» января 2018 г. № 8).

Рабочая программа принята на заседании Кафедры функционального анализа «13» сентября 2024 г. Протокол № 2

Рассмотрена и одобрена на заседании Ученого совета Института новых технологий и искусственного интеллекта, Протокол от «16» сентября 2024 г. № 1.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи дисциплины.....	4
2. Место дисциплины в структуре ОП Бакалавриата.....	4
3. Объем и содержание дисциплины.....	5
4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства.....	8
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).....	18
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	19
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	21

1. Цели и задачи дисциплины

1.1 Цель дисциплины – формирование компетенций:

ПК-4 Способен использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач

1.2 Типы задач профессиональной деятельности, к которым готовятся обучающиеся в рамках освоения дисциплины:

- научно-исследовательский

1.3 Дисциплина ориентирована на подготовку обучающихся к профессиональной деятельности в сфере: 40 Сквозные виды профессиональной деятельности в промышленности (в сфере научно-исследовательских и опытноконструкторских разработок)

1.4 В результате освоения дисциплины у обучающихся должны быть сформированы:

Обобщенные трудовые функции / трудовые функции / трудовые или профессиональные действия (при наличии профстандарта)	Код и наименование компетенции ФГОС ВО, необходимой для формирования трудового или профессионального действия	Индикаторы достижения компетенций
	ПК-4 Способен использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач	Переходит от аналитической модели математической задачи к ее алгоритмической модели

1.5 Согласование междисциплинарных связей дисциплин, обеспечивающих освоение компетенций:

ПК-4 Способен использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач

№ п/п	Наименование дисциплин, определяющих междисциплинарные связи	Форма обучения			
		Очная (семестр)			
		3	4	5	8
1	Методы и системы обработки больших данных	+	+		
2	Объектно-ориентированное программирование			+	
3	Преддипломная практика				+
4	Численные методы		+		
5	Численные методы решения дифференциальных уравнений			+	

2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата:

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части учебного плана ОП по направлению подготовки 01.03.01 - Математика.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» изучается в 5, 6 семестрах.

3.Объем и содержание дисциплины

3.1.Объем дисциплины: 5 з.е.

Очная: 5 з.е.

Вид учебной работы	Очная (всего часов)
Общая трудоёмкость дисциплины	180
Контактная работа	84
Лекции (Лекции)	28
Практические (Практ. раб.)	56
Самостоятельная работа (СР)	60
Экзамен	36
Зачет	-

3.2.Содержание курса:

№ темы	Название раздела/темы	Вид учебной работы, час.			Формы текущего контроля
		Лек ции	Пра кт. раб.	СР	
		О	О	О	
5 семестр					
1	Дифференциальны е уравнения первого порядка	8	16	12	устный опрос, самостоятельная работа, решение контекстных, ситуационных задач (Выполнение практических заданий); Контрольная работа
2	Дифференциальны е уравнения высшего порядка	8	16	12	Выполнение практических заданий; Контрольная работа; Зачет
6 семестр					
3	Линейные системы дифференциальны х уравнений	4	6	10	Выполнение практических заданий; Контрольная работа
4	Краевые задачи для ОДУ	4	4	14	Выполнение практических заданий

5	Теория устойчивости	4	14	10	Выполнение практических заданий; Контрольная работа
---	---------------------	---	----	----	--

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка (ПК-4)

Лекция.

Лекция 1. Фазовое пространство, поле фазовых скоростей и поле направлений обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Решение дифференциального уравнения. Фазовая кривая. Интегральная кривая.

Лекция 2. Метод изоклин для приближенного построения интегральных кривых для уравнения с одномерным фазовым пространством. Положения равновесия.

Лекция 3. Теорема о существовании, единственности и дифференцируемости по исходным данным решения обыкновенного дифференциального уравнения. Задача Коши.

Лекция 4. Теоремы о существовании, единственности и дифференцируемой зависимости решений от начальных данных. Первые интегралы дифференциального уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши.

Лекция 5. Классы дифференциальных уравнений и их характеристики. Уравнения с разделяющимися переменными. Первый интеграл.

Лекция 6. Однородные уравнения. Редукция однородного уравнения к уравнению с разделяющимися переменными.

Лекция 7. Линейные дифференциальные уравнения. Метод вариации.

Лекция 8. Уравнения Бернулли. Редукция уравнения Бернулли к линейному дифференциальному уравнению.

Лекция 9. Уравнение Риккати.

Лекция 10. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Лекция 11. Замена переменной. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Особые решения.

Лекция 12. Уравнения Лагранжа и Клеро.

Практическое занятие.

Занятие №1. Изоклины. Составление дифференциального уравнения семейства кривых.

№1-50.

Занятие №2. Уравнения с разделяющимися переменными №51-65.

Занятие №3,4. Однородные уравнения. Редукция однородного уравнения к уравнению с разделяющимися переменными. №101-129.

Занятие № 5-9. Линейные дифференциальные уравнения. Метод вариации. Уравнения Бернулли. Редукция уравнения Бернулли к линейному дифференциальному уравнению. Уравнение Риккати. №136-172.

Занятие №10-12 Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Замена переменной. №186-220.

Занятие № 13. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Особые решения. Уравнения Лагранжа и Клеро. №241-297.

Занятие №14. Контрольная работа №1.

Задания для самостоятельной работы.

Изучить теоретический материал.

- 1 Научиться решать уравнения с разделяющимися переменными
- 2 Научиться решать однородные уравнения первого порядка.
- 3 Научиться решать линейные уравнения первого порядка.
- 4 Научиться решать уравнения Бернулли.
- 5 Признак разрешимости уравнения Риккати. Научиться решать уравнения Риккати.

- 6 Научиться распознавать и решать уравнения в полных дифференциалах. Научиться находить интегрирующий множитель.
- 7 Научиться решать уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.

Тема 2. Дифференциальные уравнения высшего порядка (ПК-4)

Лекция.

Лекция 13. Линейные однородные уравнения с переменными коэффициентами. Структура множества решений. Фундаментальная система решений.

Лекция 14. Линейная зависимость решений от начальных значений. Определитель Вронского.

Лекция 15. Линейные неоднородные уравнения с переменными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами. Принцип суперпозиции. Метод вариации произвольных постоянных.

Лекция 16. Линейные однородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Структура частного решения.

Лекция 17. Методы решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Практическое занятие.

Занятие №15-17. Уравнения, допускающие понижение порядка.

№421-500

Занятие №18. Методы решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. №511-618.

Занятие №19, 20. Линейные уравнения с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Линейная зависимость решений от начальных значений. Определитель Вронского. Линейные неоднородные уравнения с переменными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами. Принцип суперпозиции. Метод вариации произвольных постоянных.

№641-750.

Занятие №21. Контрольная работа №2.

Задания для самостоятельной работы.

Изучить теоретический материал. Научиться применять теоретические сведения при решении задач.

- 1 Научиться определять основные типы уравнений, допускающих понижение порядка.
- 2 Изучить основные подстановки и научиться решать уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
- 3 Изучить линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков.
- 4 Научиться решать линейные неоднородные дифференциальные уравнения с правой частью специального вида.
- 5 Научиться решать линейные неоднородные дифференциальные уравнения методом вариации произвольных постоянных.

Тема 3. Линейные системы дифференциальных уравнений (ПК-4)

Лекция.

Лекция 18. Системы дифференциальных уравнений, методы решений.

Лекция 19. Методы решения линейных систем уравнений с постоянными коэффициентами

Практическое занятие.

Занятие №22-24. Системы дифференциальных уравнений, методы решений. Методы решения линейных систем уравнений с постоянными коэффициентами.

№786-875.

Занятие №25. Контрольная работа №3

Задания для самостоятельной работы.

1. Изучить основные методы решения линейных систем уравнений с постоянными коэффициентами;

2. Научиться применять теоретические сведения при решении задач;

Тема 4. Краевые задачи для ОДУ (ПК-4)

Лекция.

Особые точки на фазовой плоскости.

Лекция 21. Система нелинейных дифференциальных уравнений. Краевые задачи для ОДУ, постановка, сведение к линейной краевой задачи к задаче Коши. Задача Штурма - Лиувилля.

Практическое занятие.

Занятие № 26-28. Краевые задачи для ОДУ, постановка, сведение к линейной краевой задачи к задаче Коши. Функция Грина. Задача Штурма - Лиувилля. №751-785.

Занятие №29. Контрольная работа №4.

Занятие № 30, 31. Особые точки на фазовой плоскости. №961-1034.

Задания для самостоятельной работы.

- 1 Изучить теоретические сведения, научиться решать типовые задачи.
- 2 Научиться составлять функцию Грина;
- 3 Научиться находить собственные значения и собственные функции краевой задачи.

Тема 5. Теория устойчивости (ПК-4)

Лекция.

Лекция 22. Устойчивость решений дифференциальных уравнений. Критерий устойчивости решений линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

Лекция 23. Классификация положений равновесия для линейных уравнений на плоскости: устойчивые и неустойчивые узлы и фокусы, седло, центр.

Лекция 24. Основные определения теории устойчивости по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость.

Лекция 25. Точки равновесия. Устойчивость по Ляпунову.

Лекция 26. Теорема об устойчивости по первому приближению.

Лекция 27. Исследование устойчивости решений дифференциальных уравнений по первому приближению. Критерий Рауса-Гурвица

Практическое занятие.

Занятие №32-35. Асимптотическая устойчивость. Точки равновесия. Устойчивость по Ляпунову. Теорема об устойчивости по первому приближению. Исследование устойчивости решений дифференциальных уравнений по первому приближению. Критерий Рауса-Гурвица.

№881-960.

Занятие №36 Контрольная работа №5.

Задания для самостоятельной работы.

- 1 Изучить теоретические сведения, научиться решать типовые задачи.
- 2 Научиться применять методы определения устойчивости решения ОДУ.
- 3 Научиться определять устойчивость решения по Ляпунову, асимптотическую устойчивость решения ОДУ.

4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства

4.1. Распределение баллов:

5 семестр

- посещаемость – 20 баллов
- текущий контроль – 60 баллов
- контрольные срезы – 2 среза по 10 баллов каждый
- премиальные баллы – 20 баллов

Распределение баллов по заданиям:

№ те мы	Название темы / вид учебной работы	Формы текущего контроля / срезы	Мах. кол-во баллов	Методика проведения занятия и оценки
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка	устный опрос, самостоятельная работа, решение контекстных, ситуационных задач (Выполнение практических заданий)	25	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
		Контрольная работа(контрольный срез)	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
2.	Дифференциальные уравнения высшего порядка	Выполнение практических заданий	15	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике. Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
		Контрольная работа(контрольный срез)	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
		Зачет	20	На зачет предлагается индивидуальное задание из 5 задач по 4 балла за верное решение задачи.
3.	Посещаемость		20	Студент, не имеющий пропусков занятий без уважительной причине и выполняющий все задания может дополнительно получить до 10 баллов включительно. (за каждую тему).
4.	Премиальные баллы		20	Участие в студенческих олимпиадах – 10 баллов Участие в студенческих конференциях – 10 баллов
5.	Индивидуальные задания, с помощью которых можно набрать дополнительные баллы		50	Добор баллов: студент может предоставить все задания текущего контроля и задания контрольных срезов
6.	Итого за семестр		100	

6 семестр

- посещаемость – 5 баллов
- текущий контроль – 45 баллов
- контрольные срезы – 2 среза по 10 баллов каждый
- премиальные баллы – 20 баллов
- ответ на экзамене: не более 30 баллов

Распределение баллов по заданиям:

№ те мы	Название темы / вид учебной работы	Формы текущего контроля / срезы	Мах. кол-во баллов	Методика проведения занятия и оценки
1.	Линейные системы дифференциальных уравнений	Выполнение практических заданий	15	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
		Контрольная работа (контрольный срез)	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
2.	Краевые задачи для ОДУ	Выполнение практических заданий	15	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
3.	Теория устойчивости	Выполнение практических заданий	15	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.

	Контрольная работа(контрольный срез)	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
4.	Посещаемость	5	Студент, не имеющий пропусков занятий без уважительной причины и выполняющий все задания может дополнительно получить до 5 баллов включительно.
5.	Премиальные баллы	20	Участие в студенческих олимпиадах – 10 баллов Участие в студенческих конференциях – 10 баллов
6.	Ответ на экзамене	30	10-17 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «удовлетворительно» 18-24 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «хорошо», 25-30 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «отлично».
7.	Индивидуальные задания, с помощью которых можно набрать дополнительные баллы	50	Добор баллов: студент может предоставить все задания текущего контроля и задания контрольных срезов
8.	Итого за семестр	100	

Итоговая оценка по экзамену выставляется в 100-балльной шкале и в традиционной четырехбалльной шкале. Перевод 100-балльной рейтинговой оценки по дисциплине в традиционную четырехбалльную осуществляется следующим образом:

100-балльная система	Традиционная система
85 - 100 баллов	Отлично
70 - 84 баллов	Хорошо
50 - 69 баллов	Удовлетворительно
Менее 50	Неудовлетворительно

4.2 Типовые оценочные средства текущего контроля

Выполнение практических заданий

Тема 2. Дифференциальные уравнения высшего порядка

Опрос по теории; решение задач у доски

Тема 3. Линейные системы дифференциальных уравнений

Самостоятельная проработка теоретического материала, изучение примеров решения конкретных задач, применение полученных навыков в своей работе. Консультации с преподавателем. Мозговой штурм, групповое решение творческих задач.

Студент приводит на доске решение какой-либо из предложенных задач, аргументировано показывает эффективность выбранного метода и отвечает на вопросы преподавателя, касающиеся предмета обсуждения

Тема 4. Краевые задачи для ОДУ

Опрос по теории; решение задач у доски

Тема 5. Теория устойчивости

Опрос по теории; решение задач у доски

Зачет

Тема 2. Дифференциальные уравнения высшего порядка

Зачет по индивидуальным карточкам

Контрольная работа

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Контрольная работа

Тема 2. Дифференциальные уравнения высшего порядка

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

Тема 3. Линейные системы дифференциальных уравнений

Выполнение индивидуальных заданий по карточкам

Тема 5. Теория устойчивости

Решение задач по индивидуальным карточкам

**устный опрос, самостоятельная работа, решение контекстных, ситуационных задач
(Выполнение практических заданий)**

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Ответы на теоретические вопросы

Решение задач

4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета, экзамена

Типовые вопросы зачета (ПК-4)

- 1 Основные понятия и определения (дифференциальное уравнение, решение ОДУ, нормальная система ОДУ и её решение). Примеры задач, приводящих к ОДУ. Геометрическая интерпретация решения ОДУ. Фазовое пространство, интегральная кривая, поле направлений.
- 2 Задача Коши: определение. Теорема Коши существования и единственности решения задачи Коши для ОДУ первого порядка, доказательство.
- 3 Оценка разности решений двух уравнений. Непрерывная зависимость решения от начальных условий, правой части и параметра.
- 4 Определение общего решения, общего интеграла, общего интеграла ОДУ первого порядка в области D. Пример.
- 5 Изоклины, метод изоклин решения ОДУ.
- 6 Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и квазиоднородные уравнения. Пример однородного уравнения. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Примеры.
- 7 Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод Бернулли. Метод Лагранжа. Примеры. Уравнения Бернулли и Риккати.
- 8 Особые точки, особые решения ОДУ первого порядка. Примеры.
- 9 Уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро. Теорема Коши: формулировка.
- 10 Задача и теорема Коши для нормальной системы ОДУ. Частное и общее решение системы ОДУ.

- 11 Оценка разности двух решений нормальной системы ОДУ. Непрерывная зависимость решения от начальных данных и параметра.
- 12 ОДУ n -го порядка. Задача Коши, теорема Коши. Общее и частное решение уравнения.
- 13 Случаи понижения порядка для уравнения n -го порядка. Примеры.
- 14 Линейные ДУ (на примере дифференциального уравнения 2-го порядка). Характерные свойства линейного уравнения с постоянными коэффициентами для однородного и неоднородного уравнений (вид решения в зависимости от вида корней характеристического уравнения).
- 15 Общие свойства линейного уравнения n -го порядка.
- 16 Линейные дифференциальные уравнения высших порядков, однородные и неоднородные. Сведение к линейной системе. Определение линейно зависимой системы функций. Вронскиан и фундаментальная система решений.
- 17 Теорема о структуре общего решения линейного однородного ОДУ n -го порядка.
- 18 Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного ОДУ n -го порядка.
- 19 Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Случай различных корней. Пример.
- 20 Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней характеристического уравнения. Пример.
- 21 Структура частного решения уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Примеры.
- 22 Метод Лагранжа решения неоднородного ОДУ.
- 23 Общие свойства линейного уравнения n -го порядка (нормальной системы линейных ОДУ).
- 24 Определение линейно независимости системы вектор-функций. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений нормальной системы линейных ОДУ. Формула Остроградского-Лиувилля.

Типовые задания для зачета (ПК-4)

Определить тип уравнения и решить его:

$$1. \quad y - xy' = 2(1 + x^2 y');$$

$$2. \quad y' = \left(\frac{y}{x}\right)^2 + \frac{y}{x} + 1;$$

$$3. \quad y' = y \cdot \operatorname{tg} x + \cos x;$$

$$4. \quad (3x^2 + 10xy)dx + (5x^2 - 1)dy = 0;$$

$$5. \quad y'' \cdot x \cdot \ln x = y';$$

$$6. \quad 2y'' - 4y' + y = 0.$$

$$7. \quad y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{x}.$$

$$8. \quad y''' - 5y'' + 17y' - 13y = 0.$$

Решить однородную систему уравнений:

$$9. \quad \begin{cases} y' = 6y + z \\ z' = -16y - 2z \end{cases}$$

Решить систему уравнений методом Эйлера

$$10. \quad \begin{cases} x' = 3x + 2y \\ y' = x + y \end{cases}$$

Решить ЛНДС методом неопределенных коэффициентов:

$$11. \quad \begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = x - 5 \sin t \end{cases}$$

Решить ЛНДС методом вариации:

$$12. \quad \begin{cases} x' = -x - y + \frac{e^t}{1 + e^t} \\ y' = 2x + 2y + \frac{e^t}{1 + e^t} \end{cases}$$

Типовые вопросы экзамена (ПК-4)

Типовые вопросы зачета по дисциплине « Дифференциальные уравнения» для зачета в 5 семестре.

- 1 Основные понятия и определения (дифференциальное уравнение, решение ОДУ, нормальная система ОДУ и её решение). Примеры задач, приводящих к ОДУ. Геометрическая интерпретация решения ОДУ. Фазовое пространство, интегральная кривая, поле направлений.
- 2 Задача Коши: определение. Теорема Коши существования и единственности решения задачи Коши для ОДУ первого порядка, доказательство.
- 3 Оценка разности решений двух уравнений. Непрерывная зависимость решения от начальных условий, правой части и параметра.
- 4 Определение общего решения, общего интеграла, общего интеграла ОДУ первого порядка в области D . Пример.
- 5 Изоклины, метод изоклин решения ОДУ.
- 6 Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и квазиоднородные уравнения. Пример однородного уравнения. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Примеры.
- 7 Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод Бернулли. Метод Лагранжа. Примеры. Уравнения Бернулли и Риккати.
- 8 Особые точки, особые решения ОДУ первого порядка. Примеры.
- 9 Уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро. Теорема Коши: формулировка.
- 10 Задача и теорема Коши для нормальной системы ОДУ. Частное и общее решение системы ОДУ.
- 11 Оценка разности двух решений нормальной системы ОДУ. Непрерывная зависимость решения от начальных данных и параметра.
- 12 ОДУ n -го порядка. Задача Коши, теорема Коши. Общее и частное решение уравнения.
- 13 Случаи понижения порядка для уравнения n -го порядка. Примеры.
- 14 Линейные ДУ (на примере дифференциального уравнения 2-го порядка). Характерные свойства линейного уравнения с постоянными коэффициентами для однородного и неоднородного уравнений (вид решения в зависимости от вида корней характеристического уравнения).
- 15 Общие свойства линейного уравнения n -го порядка.
- 16 Линейные дифференциальные уравнения высших порядков, однородные и неоднородные. Сведение к линейной системе. Определение линейно зависимой системы функций. Вронскиан и фундаментальная система решений.
- 17 Теорема о структуре общего решения линейного однородного ОДУ n -го порядка.
- 18 Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного ОДУ n -го порядка.
- 19 Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Случай различных корней. Пример.
- 20 Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней характеристического уравнения. Пример.
- 21 Структура частного решения уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Примеры.
- 22 Метод Лагранжа решения неоднородного ОДУ.
- 23 Общие свойства линейного уравнения n -го порядка (нормальной системы линейных ОДУ).
- 24 Определение линейно независимости системы вектор-функций. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений нормальной системы линейных ОДУ. Формула Остроградского-Лиувилля.

Типовые вопросы для экзамена в 6 семестре.

- 1 Теорема о структуре общего решения однородной системы с переменными коэффициентами. Теорема о структуре решения неоднородной системы с переменными коэффициентами.

- 2 Система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение системы. Нахождение фундаментальной системы решений в случае различных корней характеристического уравнения. Общий случай простых корней. Фундаментальная система решений в случае кратных корней.
- 3 Метод Лагранжа решения неоднородной системы ОДУ.
- 4 Уравнения Эйлера, Лагранжа, Чебышёва.
- 5 Приведение уравнения к двучленному виду. Нули решений. Теорема о конечности нулей на отрезке.
- 6 Теорема о чередовании нулей.
- 7 Теорема сравнения. Пример с уравнением Эйри.
- 8 Теорема Кнезера.
- 9 Первые интегралы. Основные понятия и определения: полная производная по t функции $u(t, x)$ в силу системы, первый интеграл, положение равновесия. Понижение порядка системы ОДУ при помощи первых интегралов. Симметричная форма записи.
- 10 Устойчивость системы ЛОДУ. Теоремы Ляпунова об устойчивости. Устойчивость по первому приближению.
- 11 Особые точки на фазовой плоскости, их типы. Устойчивость.
- 12 Системы нелинейных ДУ.
- 13 Постановка краевых задач. Линейная краевая задача, сведение к задаче Коши. Задача Штурма-Лиувилля.
- 14 Линейные дифференциальные уравнения первого порядка в частных производных. Уравнения характеристик. Задача Коши. Линейное ДУ, квазилинейное ДУ.
- 15 Интегрирование дифференциальных уравнений при помощи рядов.
- 16 Метод последовательных приближений. Принцип сжатых отображений. Теорема о неподвижной точке.
- 17 Метод ломаных Эйлера. Метод Рунге-Кутты.
- 18 Операционный метод решения задачи Коши.

Типовые задания для экзамена (ПК-4)

1. Решить уравнение: $xydx + (x + 1)dy = 0$.
2. Решить уравнение: $(x^2 - y^2)dy + 2xydx = 0$.
3. Решить уравнение методом вариации постоянных: $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$.
4. Решить уравнение: $y'' + y' = 4\sin x$.
5. Решить уравнение: $xy' - 2y = 2x^4$.
6. Решить уравнение: $y'y''' = 2y''^2$.
7. Решить уравнение: $y' = y^4 \cos x + y \tan x$.
8. Решить уравнение: $y^{IV} - 2y^{IV} - 16y' + 32y = 0$.
9. Решить уравнение: $(y - 4xy^3)dx = (2x^2y^2 + x)dy$.
10. Решить уравнение: $y'' - 3y' + 2y = 2^x$.
11. Решить уравнение: $xyy'' - xy'^2 = yy'$.
12. Решить уравнение: $3y' + y^2 + \frac{2}{x^2} = 0$.
13. Решить уравнение: $x^2yy'' - 5xyy' - x^2y'^2 = 6y^2$.
14. Решить систему дифференциальных уравнений методом Лагранжа

$$\begin{cases} x' = -4x + y, \\ y' = -6x + y + \frac{1}{1 + e^{2x}}. \end{cases}$$
15. Решить разными методами (или методом исключений, или методом Эйлера, или матричным методом) систему дифференциальных уравнений $\vec{x}' = A\vec{x}$, где

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \begin{matrix} \lambda_1 = 1, \\ \lambda_2 = 3, \\ \lambda_3 = 5; \end{matrix}$$

Найти фундаментальную систему решений.

4.4. Шкала оценивания промежуточной аттестации

Зачет

Оценка	Компетенции	Дескрипторы (уровни) – основные признаки освоения (показатели достижения результата)
«зачтено» (50 - 100 баллов)	ПК-4	Демонстрирует хороший уровень знания теории Умеет выделять междисциплинарные связи Умеет строить математические модели с использованием дифференциальных уравнений
«не зачтено» (0 - 49 баллов)	ПК-4	Демонстрирует слабый уровень знания теории Не может выделить междисциплинарные связи Не умеет строить математические модели с использованием дифференциальных уравнений

Экзамен

Оценка	Компетенции	Дескрипторы (уровни) – основные признаки освоения (показатели достижения результата)
«отлично» (85 - 100 баллов)	ПК-4	Отлично умеет переходить от аналитической модели математической задачи к ее алгоритмической модели
«хорошо» (70 - 84 баллов)	ПК-4	Хорошо умеет переходить от аналитической модели математической задачи к ее алгоритмической модели
«удовлетворительно» (50 - 69 баллов)	ПК-4	Удовлетворительно умеет переходить от аналитической модели математической задачи к ее алгоритмической модели

«неудовлетворительно» (менее 50 баллов)	ПК-4	Плохо умеет переходить от аналитической модели математической задачи к ее алгоритмической модели
--	------	--

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

5.1 Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся:

Приступая к изучению дисциплины, в первую очередь обучающимся необходимо ознакомиться содержанием рабочей программы дисциплины (РПД), которая определяет содержание, объем, а также порядок изучения и преподавания учебной дисциплины, ее раздела, части.

Для самостоятельной работы важное значение имеют разделы «Объем и содержание дисциплины», «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» и «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы».

В разделе «Объем и содержание дисциплины» указываются все разделы и темы изучаемой дисциплины, а также виды занятий и планируемый объем в академических часах.

В разделе «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» указана рекомендуемая основная и дополнительная литература.

В разделе «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы» содержится перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем, необходимых для освоения дисциплины.

5.2 Рекомендации обучающимся по работе с теоретическими материалами по дисциплине

При изучении и проработке теоретического материала необходимо:

- просмотреть еще раз презентацию лекции в системе MOODLe, повторить законспектированный на лекционном занятии материал и дополнить его с учетом рекомендованной дополнительной литературы;
- при самостоятельном изучении теоретической темы сделать конспект, используя рекомендованные в РПД источники, профессиональные базы данных и информационные справочные системы;
- ответить на вопросы для самостоятельной работы, по теме представленные в пункте 3.2 РПД.
- при подготовке к текущему контролю использовать материалы фонда оценочных средств (ФОС).

5.3 Рекомендации по работе с научной и учебной литературой

Работа с основной и дополнительной литературой является главной формой самостоятельной работы и необходима при подготовке к устному опросу на семинарских занятиях, к дебатам, тестированию, экзамену. Она включает проработку лекционного материала и рекомендованных источников и литературы по тематике лекций.

Конспект лекции должен содержать реферативную запись основных вопросов лекции, в том числе с опорой на размещенные в системе MOODLe презентации, основных источников и литературы по темам, выводы по каждому вопросу. Конспект может быть выполнен в рамках распечатки выдачи презентаций лекций или в отдельной тетради по предмету. Он должен быть аккуратным, хорошо читаемым, не содержать не относящуюся к теме информацию или рисунки.

Конспекты научной литературы при самостоятельной подготовке к занятиям должны содержать ответы на каждый поставленный в теме вопрос, иметь ссылку на источник информации с обязательным указанием автора, названия и года издания используемой научной литературы. Конспект может быть опорным (содержать лишь основные ключевые позиции), но при этом позволяющим дать полный ответ по вопросу, может быть подробным. Объем конспекта определяется самим студентом.

В процессе работы с основной и дополнительной литературой студент может:

- делать записи по ходу чтения в виде простого или развернутого плана (создавать перечень основных вопросов, рассмотренных в источнике);
- составлять тезисы (цитирование наиболее важных мест статьи или монографии, короткое изложение основных мыслей автора);
- готовить аннотации (краткое обобщение основных вопросов работы);
- создавать конспекты (развернутые тезисы).

5.4. Рекомендации по подготовке к отдельным заданиям текущего контроля

Собеседование предполагает организацию беседы преподавателя со студентами по вопросам практического занятия с целью более обстоятельного выявления их знаний по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. Все члены группы могут участвовать в обсуждении, добавлять информацию, дискутировать, задавать вопросы и т.д.

Устный опрос может применяться в различных формах: фронтальный, индивидуальный, комбинированный. Основные качества устного ответа подлежащего оценке:

- правильность ответа по содержанию;
- полнота и глубина ответа;
- сознательность ответа;
- логика изложения материала;
- рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи;
- своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе;
- использование дополнительного материала;
- рациональность использования времени, отведенного на задание.

Устный опрос может сопровождаться презентацией, которая подготавливается по одному из вопросов практического занятия. При выступлении с презентацией необходимо обращать внимание на такие моменты как:

- содержание презентации: актуальность темы, полнота ее раскрытия, смысловое содержание, соответствие заявленной темы содержанию, соответствие методическим требованиям (цели, ссылки на ресурсы, соответствие содержания и литературы), практическая направленность, соответствие содержания заявленной форме, адекватность использования технических средств учебным задачам, последовательность и логичность презентуемого материала;
- оформление презентации: объем (оптимальное количество), дизайн (читаемость, наличие и соответствие графики и анимации, звуковое оформление, структурирование информации, соответствие заявленным требованиям), оригинальность оформления, эстетика, использование возможности программной среды, соответствие стандартам оформления;
- личностные качества: ораторские способности, соблюдение регламента, эмоциональность, умение ответить на вопросы, систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам программы;
- содержание выступления: логичность изложения материала, раскрытие темы, доступность изложения, эффективность применения средств ИКТ, способы и условия достижения результативности и эффективности для выполнения задач своей профессиональной или учебной деятельности, доказательность принимаемых решений, умение аргументировать свои заключения, выводы.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1 Основная литература:

1. Хеннер В.К., Белозерова Т.С., Хеннер М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений : учеб. пособие. - Санкт-Петербург, Москва, Краснодар: Лань, 2017. - 318 с.
2. Рязских, В. И., Бырдин, А. П., Сидоренко, А. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями к задачам механики, физики, термодинамики и экологии : учебное пособие. - 2025-03-01; Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями к задачам механики, физики, термо. - Воронеж: Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2019. - 183 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/93327.html>

3. Литвин, Д. Б., Мелешко, С. В., Мамаев, И. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы : учебное пособие. - Весь срок охраны авторского права; Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы. - Ставрополь: Ставропольский государственный аграрный университет, Сервисшкола, 2017. - 76 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/76118.html>
4. Лапин, И. А., Ратафьева, Л. С., Рябова, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие. - 2022-10-01; Обыкновенные дифференциальные уравнения. - Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2013. - 106 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/71494.html>
5. Юмагулов, М. Г. Обыкновенные дифференциальные уравнения : теория и приложения. - 2023-02-12; Обыкновенные дифференциальные уравнения. - Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. - 181 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/91969.html>
6. Арнольд, В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - 2023-02-12; Обыкновенные дифференциальные уравнения. - Ижевск: Институт компьютерных исследований, Регулярная и хаотическая динамика, 2019. - 368 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/92056.html>
7. Понтрягин, Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - 2023-02-12; Обыкновенные дифференциальные уравнения. - Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. - 396 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/92055.html>

6.2 Дополнительная литература:

1. Болодурина, И. П., Дусакаева, С. Т., Благовисная, А. Н. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка в примерах и приложениях : методические указания. - Весь срок охраны авторского права; Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка в примерах. - Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2014. - 59 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/51604.html>
2. Егоров, А. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения и система Maple. - 2021-05-25; Обыкновенные дифференциальные уравнения и система Maple. - Москва: СОЛОН-ПРЕСС, 2016. - 392 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/64928.html>
3. Карташев А. П., Рождественский Б. Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления. - 2-е изд., испр. и доп.. - Москва: Наука, 1980. - 288 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=455167>
4. Пантелеев А.В., Якимова А.С., Босов А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах : Учеб. пособие для ВТУЗов. - М.: Высш. шк., 2001. - 376 с.
5. Зайцев В. Ф., Полянин А. Д. Обыкновенные дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 2 : Справочник для вузов. - испр. и доп; 2-е изд.. - Москва: Юрайт, 2020. - 196 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/453009>
6. Зайцев В. Ф., Полянин А. Д. Обыкновенные дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1 : Справочник для вузов. - испр. и доп; 2-е изд.. - Москва: Юрайт, 2020. - 385 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/452277>
7. Пантелеев, А. В., Якимова, А. С., Рыбаков, К. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие. - 2021-04-20; Обыкновенные дифференциальные уравнения. - Москва: Логос, 2010. - 383 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/9280.html>
8. Треногин В. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник. - Москва: Физматлит, 2009. - 312 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82614>
9. Айнс Э. Обыкновенные дифференциальные уравнения : Пер. с англ.. - Харьков, 1939. - 719 с.
10. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - Москва: Мир, 1970. - 719 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=468037>

11. Сансоне Д. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - Москва: Изд-во иностр. лит., 1954. - 413 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=255702>
12. Рябушко, А. П., Бархатов, В. В., Державец, В. В., Юреть, И. Е. Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 2. Комплексные числа. Неопределенные и определенные интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие. - 2023-01-20; Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 2. Комплексные числа. Неопределенные . - Минск: Вышэйшая школа, 2011. - 396 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/20274.html>
13. Белова, Т. И., Грешилов, А. А., Дубограй, И. В. Вычисление неопределенных интегралов. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие. - 2021-04-20; Вычисление неопределенных интегралов. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - Москва: Логос, 2004. - 184 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/13240.html>
14. Рябушко, А. П., Жур, Т. А. Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.3. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ряды. Кратные интегралы : учебное пособие. - 2023-01-20; Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.3. Обыкновенные дифференциальные уравн. - Минск: Вышэйшая школа, 2017. - 320 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/90756.html>

6.3 Методические разработки:

1. Булгаков А.И., Малютина Е.В., Панасенко Е.А., Плужникова Е.А., Филиппова О.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задачи и примеры с подробными решениями : учеб. пособие. - Тамбов: [Издат. дом ТГУ им. Г.Р. Державина], 2014. - 98 с.

6.4 Иные источники:

1. База данных zbMath - <https://www.zbmath.org/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение: учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории и помещения для самостоятельной работы укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы укомплектованы компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования, обеспечивающие тематические иллюстрации (проектор, ноутбук, экран/ интерактивная доска).

Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

LibreOffice

Microsoft Windows 10

Microsoft Office Профессиональный плюс 2007

Операционная система "Альт Образование"

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Президентская библиотека имени Б.Н. Ельцина. – URL: <https://www.prilib.ru>
2. Российская государственная библиотека: официальный сайт. – URL: <https://www.rsl.ru>
3. Российская национальная библиотека: официальный сайт. – URL: <http://nlr.ru>

Электронная информационно-образовательная среда

https://auth.tsutmb.ru/authorize?response_type=code&client_id=moodle&state=xyz

Взаимодействие преподавателя и студента в процессе обучения осуществляется посредством мультимедийных, гипертекстовых, сетевых, телекоммуникационных технологий, используемых в электронной информационно-образовательной среде университета.