

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина»  
Институт новых технологий и искусственного интеллекта  
Кафедра функционального анализа

УТВЕРЖДАЮ:  
И.о. директора института



Н. Л. Королева  
«16» сентября 2024 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

по дисциплине Б1.О.26 Уравнения в частных производных

Направление подготовки/специальность: 01.03.01 - Математика

Профиль/направленность/специализация: Искусственный интеллект и моделирование

Уровень высшего образования: бакалавриат

Квалификация: Бакалавр

год набора: 2024

**Автор программы:**

Кандидат физико-математических наук, доцент Панасенко Елена Александровна

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 - Математика (уровень бакалавриата) (приказ Министерства образования и науки РФ от «10» января 2018 г. № 8).

Рабочая программа принята на заседании Кафедры функционального анализа «13» сентября 2024 г. Протокол № 2

Рассмотрена и одобрена на заседании Ученого совета Института новых технологий и искусственного интеллекта, Протокол от «16» сентября 2024 г. № 1.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи дисциплины.....	4
2. Место дисциплины в структуре ОП Бакалавриата.....	5
3. Объем и содержание дисциплины.....	5
4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства.....	9
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).....	15
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	17
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	18

## 1. Цели и задачи дисциплины

### 1.1 Цель дисциплины – формирование компетенций:

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

ОПК-2 Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении

### 1.2 Типы задач профессиональной деятельности, к которым готовятся обучающиеся в рамках освоения дисциплины:

- научно-исследовательский
- педагогический

1.3 Дисциплина ориентирована на подготовку обучающихся к профессиональной деятельности в сферах: 01 Образование и наука (в сфере общего, профессионального и дополнительного профессионального образования; в сфере научных исследований), 40 Сквозные виды профессиональной деятельности в промышленности (в сфере научно-исследовательских и опытноконструкторских разработок)

### 1.4 В результате освоения дисциплины у обучающихся должны быть сформированы:

Обобщенные трудовые функции / трудовые функции / трудовые или профессиональные действия (при наличии профстандарта)	Код и наименование компетенции ФГОС ВО, необходимой для формирования трудового или профессионального действия	Индикаторы достижения компетенций
	ОПК-2 Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении	Выявляет определенные закономерности в поведении изучаемой сложной системы и взаимосвязь ее частей. Производит верификацию построенной алгоритмической и математической модели
	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие

### 1.5 Согласование междисциплинарных связей дисциплин, обеспечивающих освоение компетенций:

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

№ п/п	Наименование дисциплин, определяющих междисциплинарные связи	Форма обучения			
		Очная (семестр)			
		2	3	4	8
1	Основы машинного обучения и анализа данных	+			

2	Создание и управление базами данных		+		
3	Философия				+
4	Цифровая культура	+			
5	Численные методы			+	

ОПК-2 Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении

№ п/п	Наименование дисциплин, определяющих междисциплинарные связи	Форма обучения		
		Очная (семестр)		
		1	4	5
1	Математическая логика	+		
2	Математическая теория игр			+
3	Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы)		+	

## 2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата:

Дисциплина «Уравнения в частных производных» относится к обязательной части учебного плана ОП по направлению подготовки 01.03.01 - Математика.

Дисциплина «Уравнения в частных производных» изучается в 7 семестре.

## 3. Объем и содержание дисциплины

3.1. Объем дисциплины: 2 з.е.

Очная: 2 з.е.

Вид учебной работы	Очная (всего часов)
<b>Общая трудоёмкость дисциплины</b>	<b>72</b>
Контактная работа	48
Лекции (Лекции)	32
Практические (Практ. раб.)	16
Самостоятельная работа (СР)	24
Зачет	-

## 3.2. Содержание курса:

№ темы	Название раздела/темы	Вид учебной работы, час.			Формы текущего контроля
		Лек ции	Пра кт. раб.	СР	
		О	О	О	
7 семестр					

1	Оператор Лапласа, краевые задачи для уравнения Лапласа	2	1	2	Выполнение практических заданий
2	Метод Фурье решения краевых задач для уравнения Лапласа	2	1	2	Выполнение практических заданий; Контрольная работа
3	Многочлены и функции Лежандра и их применения	4	1	2	Выполнение практических заданий
4	Функции Грина и их применения к решению краевых задач	4	1	2	Выполнение практических заданий; Контрольная работа
5	Гармонические функции и их свойства	2	1	2	Выполнение практических заданий
6	Уравнение Пуассона	2	1	2	Выполнение практических заданий
7	Потенциалы	2	1	2	Выполнение практических заданий; Контрольная работа
8	Интегральные уравнения, связанные с краевыми задачами	2	1	2	Выполнение практических заданий
9	Уравнение колебаний струны	2	2	2	Выполнение практических заданий
10	Волновое уравнение в пространстве	2	2	2	Выполнение практических заданий
11	Уравнение теплопроводности	2	2	2	Выполнение практических заданий
12	Классификация краевых задач. Корректность задачи	6	2	2	Выполнение практических заданий; Контрольная работа

### Тема 1. Оператор Лапласа, краевые задачи для уравнения Лапласа (УК-1)

#### Лекция.

Оператор Лапласа. Уравнение Лапласа. Краевые задачи для уравнения Лапласа. Фундаментальное решение уравнения Лапласа.

#### Практическое занятие.

Оператор Лапласа. Уравнение Лапласа. Краевые задачи для уравнения Лапласа. Фундаментальное решение уравнения Лапласа.

### **Задания для самостоятельной работы.**

Задачи для самостоятельной работы: [7] задачи 155, 156

## **Тема 2. Метод Фурье решения краевых задач для уравнения Лапласа (УК-1)**

### **Лекция.**

Внутренняя задача Дирихле для круга. Решение ее методом Фурье. Интеграл Пуассона. Внутренняя задача Неймана для круга. Решение ее методом Фурье.

### **Практическое занятие.**

Внутренняя задача Дирихле для круга. Решение ее методом Фурье. Внутренняя задача Неймана для круга. Решение ее методом Фурье

### **Задания для самостоятельной работы.**

Задачи для самостоятельной работы: [7] задачи 180, 181, [10], глава VII задачи 13, 17, 18

## **Тема 3. Многочлены и функции Лежандра и их применения (ОПК-2)**

### **Лекция.**

Гармонические многочлены. Разделение переменных в уравнении Лапласа в сферических координатах. Многочлены Лежандра. Присоединенные функции Лежандра. Сферические функции. Разложение функций на сфере. Шаровые функции Лапласа. Решение уравнения Лапласа в шаре методом Фурье. Интеграл Пуассона для шара.

### **Практическое занятие.**

Многочлены Лежандра. Сферические функции. Разложение функций на сфере.

### **Задания для самостоятельной работы.**

Задачи для самостоятельной работы: [7] задачи 550 – 564, задачи 544 – 546

## **Тема 4. Функции Грина и их применения к решению краевых задач (ОПК-2)**

### **Лекция.**

Формулы Грина. Функция Грина для области. Решение задачи Дирихле с помощью функции Грина. Функция Грина для шара в  $n$ -мерном пространстве. Решение задачи Дирихле для шара с помощью функции Грина. Решение задачи Дирихле для полупространства с помощью функции Грина.

### **Практическое занятие.**

Решение задачи Дирихле для шара с помощью функции Грина. Решение задачи Дирихле для полупространства с помощью функции Грина

### **Задания для самостоятельной работы.**

Задачи для самостоятельной работы: Задачи для занятия и самостоятельной работы: [7] задачи 161 - 178

## **Тема 5. Гармонические функции и их свойства (УК-1)**

### **Лекция.**

Теорема о среднем для гармонических функций. Принцип максимума для гармонических функций. Теорема Лиувилля. Теорема об устранимой особенности. Единственность решений задач Дирихле и Неймана.

### **Практическое занятие.**

Гармонические многочлены

### **Задания для самостоятельной работы.**

Задачи для самостоятельной работы: [7] задачи 133 – 140

## **Тема 6. Уравнение Пуассона (УК-1)**

### **Лекция.**

Уравнение Пуассона. Краевая задача для уравнения Пуассона.

### **Практическое занятие.**

Краевая задача для уравнения Пуассона

**Задания для самостоятельной работы.**

Задачи для самостоятельной работы: [8] задачи 30 – 34

**Тема 7. Потенциалы (УК-1)**

**Лекция.**

Объемный потенциал. Поверхностные потенциалы. Потенциал двойного слоя с постоянной плотностью. Скачок потенциала двойного слоя. Нормальная производная потенциала простого слоя

**Практическое занятие.**

Объемный потенциал. Потенциал простого слоя. Потенциал двойного слоя.

**Задания для самостоятельной работы.**

Задачи для самостоятельной работы: [7] задачи 207 – 211; задачи 217 – 218, 223; задачи 219 – 222, 224

**Тема 8. Интегральные уравнения, связанные с краевыми задачами (УК-1)**

**Лекция.**

Интегральные уравнения, связанные с краевыми задачами. Однородные интегральные уравнения, связанные с краевыми задачами. Решение задач Дирихле и Неймана.

**Практическое занятие.**

Задача Дирихле для круга и шара (внутренняя и внешняя). Сведение уравнения Лапласа к интегральным уравнениям

**Задания для самостоятельной работы.**

Упражнения: [7] задачи № 135–225, [8] задачи № 175, 178–198

**Тема 9. Уравнение колебаний струны (УК-1)**

**Лекция.**

Вывод уравнения колебаний струны. Колебания бесконечной струны. Формула Даламбера. Смешанная задача для конечной струны. Стоячие волны. Колебания струн музыкальных инструментов.

**Практическое занятие.**

Уравнение колебаний струны

**Задания для самостоятельной работы.**

Задачи для самостоятельной работы: [7] задачи 289 – 292

**Тема 10. Волновое уравнение в пространстве (УК-1)**

**Лекция.**

Волновое уравнение в пространстве. Задача Коши. Плоские волны. Сферические волны. Сферические средние. Формула Кирхгофа. Волновое уравнение на плоскости. Формула Пуассона. Запаздывающий потенциал.

**Практическое занятие.**

Волновое уравнение в пространстве

**Задания для самостоятельной работы.**

Задачи для самостоятельной работы: [7] задачи 251 – 254, 283 – 286.

**Тема 11. Уравнение теплопроводности (УК-1)**

**Лекция.**

Уравнение теплопроводности для стержня. Задача Коши для бесконечного стержня. Решение ее методом Фурье. Смешанная задача для конечного стержня. Принцип максимума. Принцип максимума для полосы. Единственность решения, устойчивость решения. Неоднородное уравнение теплопроводности для бесконечного и конечного стержня.



**Практическое занятие.**

Уравнение теплопроводности. Неоднородное уравнение теплопроводности.

**Задания для самостоятельной работы.**

Задачи для самостоятельной работы: [7] задачи 402 – 441, [8] задачи № 131 – 170

**Тема 12. Классификация краевых задач. Корректность задачи (ОПК-2)****Лекция.**

Задача Коши, теорема Ковалевской. Приведение к каноническому виду линейных уравнений второго порядка. Классификация. Классификация краевых задач. Корректность задачи. Пример Адамара.

**Практическое занятие.**

Задача Коши, теорема Ковалевской. Приведение к каноническому виду линейных уравнений второго порядка. Классификация. Классификация краевых задач. Корректность задачи. Пример Адамара.

**Задания для самостоятельной работы.**

Задачи для самостоятельной работы: [7] задачи 25– 30, 68 – 70, 101 – 103

**4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства****4.1. Распределение баллов:**

7 семестр

- текущий контроль – 80 баллов
- контрольные срезы – 2 среза по 10 баллов каждый
- премиальные баллы – 20 баллов

**Распределение баллов по заданиям:**

№ темы	Название темы / вид учебной работы	Формы текущего контроля / срезы	Мак. кол-во баллов	Методика проведения занятия и оценки
1.	Оператор Лапласа, краевые задачи для уравнения Лапласа	Выполнение практических заданий	3	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
2.	Метод Фурье решения краевых задач для уравнения Лапласа	Выполнение практических заданий	3	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.

		<b>Контрольная работа(контрольный срез)</b>	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
3.	Многочлены и функции Лежандра и их применения	Выполнение практических заданий	3	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
4.	Функции Грина и их применения к решению краевых задач	Выполнение практических заданий	3	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
		Контрольная работа	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
5.	Гармонические функции и их свойства	Выполнение практических заданий	3	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
6.	Уравнение Пуассона	Выполнение практических заданий	3	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.

7.	Потенциалы	Выполнение практических заданий	6	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике
		Контрольная работа	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
8.	Интегральные уравнения, связанные с краевыми задачами	Выполнение практических заданий	6	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
9.	Уравнение колебаний струны	Выполнение практических заданий	5	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
10.	Волновое уравнение в пространстве	Выполнение практических заданий	10	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике

11.	Уравнение теплопроводности	Выполнение практических заданий	10	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
12.	Классификация краевых задач. Корректность задачи	Выполнение практических заданий	5	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике
		Контрольная работа (контрольный срез)	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
13.	Премияльные баллы		20	20 баллов за участие в студенческих научных конференциях и олимпиадах
14.	Индивидуальные задания, с помощью которых можно набрать дополнительные баллы		30	Добор баллов: студент может предоставить все выполненные задания текущего контроля
15.	Итого за семестр		100	

Итоговая оценка по зачету выставляется в 100-балльной шкале и в традиционной четырехбалльной шкале. Перевод 100-балльной рейтинговой оценки по дисциплине в традиционную четырехбалльную осуществляется следующим образом:

100-балльная система	Традиционная система
50 - 100 баллов	Зачтено
0 - 49 баллов	Не зачтено

#### 4.2 Типовые оценочные средства текущего контроля

##### Выполнение практических заданий

Тема 1. Оператор Лапласа, краевые задачи для уравнения Лапласа

Собеседование, устный опрос, самостоятельная работа, решение контекстных, ситуационных задач

Тема 2. Метод Фурье решения краевых задач для уравнения Лапласа

Собеседование, устный опрос, самостоятельная работа, решение контекстных, ситуационных задач

### Тема 3. Многочлены и функции Лежандра и их применения

Собеседование, устный опрос, самостоятельная работа, решение контекстных, ситуационных задач

### Тема 4. Функции Грина и их применения к решению краевых задач

Собеседование, устный опрос, самостоятельная работа, решение контекстных, ситуационных задач

### Тема 5. Гармонические функции и их свойства

Собеседование, устный опрос, самостоятельная работа, решение контекстных, ситуационных задач

### Тема 6. Уравнение Пуассона

Собеседование, устный опрос, самостоятельная работа, решение контекстных, ситуационных задач

### Тема 7. Потенциалы

Собеседование, устный опрос, самостоятельная работа, решение контекстных, ситуационных задач

### Тема 8. Интегральные уравнения, связанные с краевыми задачами

Собеседование, устный опрос, самостоятельная работа, решение контекстных, ситуационных задач

### Тема 9. Уравнение колебаний струны

Собеседование, устный опрос, самостоятельная работа, решение контекстных, ситуационных задач

### Тема 10. Волновое уравнение в пространстве

Собеседование, устный опрос, самостоятельная работа, решение контекстных, ситуационных задач

### Тема 11. Уравнение теплопроводности

Собеседование, устный опрос, самостоятельная работа, решение контекстных, ситуационных задач

### Тема 12. Классификация краевых задач. Корректность задачи

Собеседование, устный опрос, самостоятельная работа, решение контекстных, ситуационных задач

## Контрольная работа

### Тема 2. Метод Фурье решения краевых задач для уравнения Лапласа

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

### Тема 4. Функции Грина и их применения к решению краевых задач

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

### Тема 7. Потенциалы

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

### Тема 12. Классификация краевых задач. Корректность задачи

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета

## Типовые вопросы зачета (ОПК-2, УК-1)

**Типовые вопросы экзамена:**

- 1 Уравнение Лапласа. Краевые задачи.
- 2 Фундаментальное решение уравнения Лапласа.
- 3 Гармонические многочлены.
- 4 Решение задачи Дирихле для круга. Интеграл Пуассона.
- 5 Решение задачи Дирихле для круга. Метод Фурье разделения переменных.
- 6 Формулы Грина.
- 7 Интегральное представление функций.
- 8 Интегральное представление гармонических функций.
- 9 Теорема о среднем для гармонических функций.
- 10 Функция Грина для шара.
- 11 Функция Грина для круга.
- 12 Задача Дирихле для полупространства.
- 13 Функция Грина.
- 14 Принцип максимума для гармонических функций.
- 15 Потенциалы простого и двойного слоя.
- 16 Прямое значение потенциала двойного слоя.
- 17 Интеграл Гаусса.
- 18 Предельные значения потенциала двойного слоя.
- 19 Непрерывность потенциала двойного слоя.
- 20 Нормальная производная потенциала двойного слоя.
- 21 Сведение задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям.
- 22 Задачи Дирихле и Неймана для полупространства.
- 23 Сферические функции.
- 24 Шаровые функции Лапласа.
- 25 Решение задачи Дирихле для шара методом Фурье.
- 26 Функция Грина задачи Дирихле.
- 27 Функция Грина задачи Дирихле для шара.
- 28 Решение задачи Дирихле для шара с помощью функции Грина.
- 29 Теорема Лиувилля.
- 30 Теорема об устранимой особенности.
- 31 Единственность решения задачи Дирихле.
- 32 Единственность решения задачи Неймана.
- 33 Уравнение колебаний струны.
- 34 Колебания бесконечной струны. Формула Даламбера.
- 35 Смешанная задача для конечной струны.
- 36 Стоячие волны.
- 37 Волновое уравнение в пространстве. Задача Коши.
- 38 Плоские волны.
- 39 Сферические волны.
- 40 Сферические средние. Формула Кирхгофа.
- 41 Волновое уравнение на плоскости. Формула Пуассона.
- 42 Запаздывающий потенциал.
- 43 Уравнение теплопроводности.
- 44 Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности для бесконечного стержня методом Фурье.
- 45 Смешанная задача для уравнения теплопроводности для конечного стержня.
- 46 Первая краевая задача для уравнения теплопроводности. Принцип экстремума (принцип максимума). Принцип максимума для уравнения теплопроводности для полосы.

47 Неоднородное уравнение теплопроводности для бесконечного стержня.

48 Неоднородное уравнение теплопроводности для конечного стержня.

### Типовые задания для зачета (ОПК-2, УК-1)

#### Практико-ориентированные задания для экзамена

1. Привести уравнение к каноническому виду
2. В каждой области, где сохраняется тип уравнения, привести его к каноническому виду
3. Решить следующие краевые задачи для волнового уравнения
4. Решить краевые задачи для уравнения теплопроводности:

#### 4.4. Шкала оценивания промежуточной аттестации

Оценка	Компетенции	Дескрипторы (уровни) – основные признаки освоения (показатели достижения результата)
«зачтено» (50 - 100 баллов)	ОПК-2	Умеет выявлять определенные закономерности в поведении изучаемой сложной системы и взаимосвязь ее частей. Производит верификацию построенной алгоритмической модели.
	УК-1	Умеет анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие
«не зачтено» (0 - 49 баллов)	ОПК-2	Не умеет выявлять определенные закономерности в поведении изучаемой сложной системы и взаимосвязь ее частей. Не умеет производить верификацию построенной алгоритмической модели.
	УК-1	Не умеет анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие

### 5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

#### 5.1 Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся:

Приступая к изучению дисциплины, в первую очередь обучающимся необходимо ознакомиться содержанием рабочей программы дисциплины (РПД), которая определяет содержание, объем, а также порядок изучения и преподавания учебной дисциплины, ее раздела, части.

Для самостоятельной работы важное значение имеют разделы «Объем и содержание дисциплины», «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» и «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы».

В разделе «Объем и содержание дисциплины» указываются все разделы и темы изучаемой дисциплины, а также виды занятий и планируемый объем в академических часах.

В разделе «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» указана рекомендуемая основная и дополнительная литература.

В разделе «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы» содержится перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем, необходимых для освоения дисциплины.

#### 5.2 Рекомендации обучающимся по работе с теоретическими материалами по дисциплине

При изучении и проработке теоретического материала необходимо:

- просмотреть еще раз презентацию лекции в системе MOODLe, повторить законспектированный на лекционном занятии материал и дополнить его с учетом рекомендованной дополнительной литературы;
- при самостоятельном изучении теоретической темы сделать конспект, используя рекомендованные в РПД источники, профессиональные базы данных и информационные справочные системы;
- ответить на вопросы для самостоятельной работы, по теме представленные в пункте 3.2 РПД.

- при подготовке к текущему контролю использовать материалы фонда оценочных средств (ФОС).

### 5.3 Рекомендации по работе с научной и учебной литературой

Работа с основной и дополнительной литературой является главной формой самостоятельной работы и необходима при подготовке к устному опросу на семинарских занятиях, к дебатам, тестированию, экзамену. Она включает проработку лекционного материала и рекомендованных источников и литературы по тематике лекций.

Конспект лекции должен содержать реферативную запись основных вопросов лекции, в том числе с опорой на размещенные в системе MOODLe презентации, основных источников и литературы по темам, выводы по каждому вопросу. Конспект может быть выполнен в рамках распечатки выдачи презентаций лекций или в отдельной тетради по предмету. Он должен быть аккуратным, хорошо читаемым, не содержать не относящуюся к теме информацию или рисунки.

Конспекты научной литературы при самостоятельной подготовке к занятиям должны содержать ответы на каждый поставленный в теме вопрос, иметь ссылку на источник информации с обязательным указанием автора, названия и года издания используемой научной литературы. Конспект может быть опорным (содержать лишь основные ключевые позиции), но при этом позволяющим дать полный ответ по вопросу, может быть подробным. Объем конспекта определяется самим студентом.

В процессе работы с основной и дополнительной литературой студент может:

- делать записи по ходу чтения в виде простого или развернутого плана (создавать перечень основных вопросов, рассмотренных в источнике);
- составлять тезисы (цитирование наиболее важных мест статьи или монографии, короткое изложение основных мыслей автора);
- готовить аннотации (краткое обобщение основных вопросов работы);
- создавать конспекты (развернутые тезисы).

### 5.4. Рекомендации по подготовке к отдельным заданиям текущего контроля

Собеседование предполагает организацию беседы преподавателя со студентами по вопросам практического занятия с целью более обстоятельного выявления их знаний по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. Все члены группы могут участвовать в обсуждении, добавлять информацию, дискутировать, задавать вопросы и т.д.

Устный опрос может применяться в различных формах: фронтальный, индивидуальный, комбинированный. Основные качества устного ответа подлежащего оценке:

- правильность ответа по содержанию;
- полнота и глубина ответа;
- сознательность ответа;
- логика изложения материала;
- рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи;
- своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе;
- использование дополнительного материала;
- рациональность использования времени, отведенного на задание.

Устный опрос может сопровождаться презентацией, которая подготавливается по одному из вопросов практического занятия. При выступлении с презентацией необходимо обращать внимание на такие моменты как:

- содержание презентации: актуальность темы, полнота ее раскрытия, смысловое содержание, соответствие заявленной темы содержанию, соответствие методическим требованиям (цели, ссылки на ресурсы, соответствие содержания и литературы), практическая направленность, соответствие содержания заявленной форме, адекватность использования технических средств учебным задачам, последовательность и логичность презентуемого материала;
- оформление презентации: объем (оптимальное количество), дизайн (читаемость, наличие и соответствие графики и анимации, звуковое оформление, структурирование информации, соответствие заявленным требованиям), оригинальность оформления, эстетика, использование возможности программной среды, соответствие стандартам оформления;



- личностные качества: ораторские способности, соблюдение регламента, эмоциональность, умение ответить на вопросы, систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам программы;
- содержание выступления: логичность изложения материала, раскрытие темы, доступность изложения, эффективность применения средств ИКТ, способы и условия достижения результативности и эффективности для выполнения задач своей профессиональной или учебной деятельности, доказательность принимаемых решений, умение аргументировать свои заключения, выводы.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1 Основная литература:

1. Полянин А. Д., Зайцев В. Ф. Нелинейные уравнения математической физики в 2 ч. Часть 1 : Учебное пособие для вузов. - испр. и доп; 2-е изд.. - Москва: Юрайт, 2020. - 322 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/452279>
2. Полянин А. Д., Зайцев В. Ф., Журов А. И. Нелинейные уравнения математической физики и механики. Методы решения : Учебник и практикум для вузов. - испр. и доп; 2-е изд.. - Москва: Юрайт, 2020. - 256 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/452283>
3. Владимиров В. С., Жаринов В. В. Уравнения математической физики : учебник. - Москва: Физматлит, 2000. - 400 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68126>
4. Байков В. А., Жибер А. В. Уравнения математической физики : Учебник и практикум для вузов. - испр. и доп; 2-е изд.. - Москва: Юрайт, 2020. - 254 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/452734>
5. Сабитов К. Б. Уравнения математической физики : учебник. - Москва: Физматлит, 2013. - 352 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275562>
6. Жибер А. В., Муртазина Р. Д., Хабибуллин И. Т., Шабат А. Б. Уравнения математической физики. Нелинейные интегрируемые уравнения : Учебное пособие для вузов. - испр. и доп; 2-е изд.. - Москва: Юрайт, 2020. - 375 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/452775>

### 6.2 Дополнительная литература:

1. Копытов А. В., Кособуцкий А. В. Линейные и нелинейные уравнения физики : учебное пособие, 1. Уравнения математической физики. - Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2018. - 82 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=495216>
2. Кудряшов, С. Н., Радченко, Т. Н. Основные методы решения практических задач в курсе «Уравнения математической физики» : учебное пособие. - Весь срок охраны авторского права; Основные методы решения практических задач в курсе «Уравнения мат. - Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета, 2011. - 308 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/47050.html>
3. Блинова, И. В., Попов, И. Ю. Простейшие уравнения математической физики : учебное пособие. - 2022-10-01; Простейшие уравнения математической физики. - Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2009. - 59 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/68056.html>
4. Ярославцева, В. Я. Типовой расчет по теме «Уравнения математической физики» по направлению 010800. - Весь срок охраны авторского права; Типовой расчет по теме «Уравнения математической физики» по напра. - Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. - 33 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/17691.html>
5. Соболев С. Л. Уравнения математической физики. - 4-е изд.. - Москва: Наука, 1966. - 444 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=224458>

6. Годунов С. К. Уравнения математической физики. - Изд. 2-е, испр. и доп.. - Москва: Наука, 1979. - 392 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=468173>
7. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. - Изд. 5-е, стереотип.. - Москва: Наука, 1977. - 734 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=468275>
8. Дзержинский, Р. И., Логинов, В. А. Уравнения математической физики : курс лекций. - 2021-06-24; Уравнения математической физики. - Москва: Московская государственная академия водного транспорта, 2015. - 66 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/46875.html>
9. Сайко Д. С., Ляхов Л. Н., Минаева Н. В. Уравнения математической физики : учебное пособие. - Воронеж: Воронежский государственный университет инженерных технологий, 2010. - 137 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=142066>

### 6.3 Методические разработки:

1. Сахарова Л. В., Стрюков М. Б. Уравнения математической физики : учебное пособие. - Ростов-на-Дону: Издательско-полиграфический комплекс РГЭУ (РИНХ), 2018. - 104 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=568601>

### 6.4 Иные источники:

1. База данных zbMath - <https://www.zbmath.org/>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение: учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории и помещения для самостоятельной работы укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы укомплектованы компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования, обеспечивающие тематические иллюстрации (проектор, ноутбук, экран/ интерактивная доска).

Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

LibreOffice

Операционная система "Альт Образование"

Microsoft Windows 10

Microsoft Office Профессиональный плюс 2007

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Российская государственная библиотека: официальный сайт. – URL: <https://www.rsl.ru>

**Электронная информационно-образовательная среда**

[https://auth.tsutmb.ru/authorize?response\\_type=code&client\\_id=moodle&state=xyz](https://auth.tsutmb.ru/authorize?response_type=code&client_id=moodle&state=xyz)

Взаимодействие преподавателя и студента в процессе обучения осуществляется посредством мультимедийных, гипертекстовых, сетевых, телекоммуникационных технологий, используемых в электронной информационно-образовательной среде университета.