

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина»
Институт новых технологий и искусственного интеллекта
Кафедра функционального анализа

УТВЕРЖДАЮ:
И.о. директора института



Н. Л. Королева
«16» сентября 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине Б1.В.13 Теория функций комплексного переменного

Направление подготовки/специальность: 01.03.01 - Математика

Профиль/направленность/специализация: Искусственный интеллект и моделирование

Уровень высшего образования: бакалавриат

Квалификация: Бакалавр

год набора: 2024

Автор программы:

Доктор физико-математических наук, профессор Жуковский Евгений Семенович

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 - Математика (уровень бакалавриата) (приказ Министерства образования и науки РФ от «10» января 2018 г. № 8).

Рабочая программа принята на заседании Кафедры функционального анализа «13» сентября 2024 г. Протокол № 2

Рассмотрена и одобрена на заседании Ученого совета Института новых технологий и искусственного интеллекта, Протокол от «16» сентября 2024 г. № 1.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи дисциплины.....	4
2. Место дисциплины в структуре ОП Бакалавриата.....	5
3. Объем и содержание дисциплины.....	5
4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства.....	11
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).....	16
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	18
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	19

1. Цели и задачи дисциплины

1.1 Цель дисциплины – формирование компетенций:

ПК-1 Способен математически корректно ставить естественно-научные задачи, обладает знанием постановок классических задач математики

1.2 Типы задач профессиональной деятельности, к которым готовятся обучающиеся в рамках освоения дисциплины:

- научно-исследовательский
- педагогический

1.3 Дисциплина ориентирована на подготовку обучающихся к профессиональной деятельности в сферах: 01 Образование и наука (в сфере общего, профессионального и дополнительного профессионального образования; в сфере научных исследований), 40 Сквозные виды профессиональной деятельности в промышленности (в сфере научно-исследовательских и опытноконструкторских разработок)

1.4 В результате освоения дисциплины у обучающихся должны быть сформированы:

Обобщенные трудовые функции / трудовые функции / трудовые или профессиональные действия (при наличии профстандарта)	Код и наименование компетенции ФГОС ВО, необходимой для формирования трудового или профессионального действия	Индикаторы достижения компетенций
	ПК-1 Способен математически корректно ставить естественно-научные задачи, обладает знанием постановок классических задач математики	Корректно ставит естественно-научные задачи

1.5 Согласование междисциплинарных связей дисциплин, обеспечивающих освоение компетенций:

ПК-1 Способен математически корректно ставить естественно-научные задачи, обладает знанием постановок классических задач математики

№ п/п	Наименование дисциплин, определяющих междисциплинарные связи	Форма обучения					
		Очная (семестр)					
		1	2	4	5	6	7
1	TensorFlow: базовый уровень		+				
2	Безопасность компьютерных систем	+					
3	Инструменты визуализации данных			+			
4	Информационные системы и процессы				+		
5	Комбинаторный анализ		+				
6	Компьютерное зрение						+

7	Компьютерные сети			+			
8	Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы)			+			
9	Теория принятия решений и методы оптимизации						+
10	Теория функций вещественного переменного					+	

2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата:

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, учебного плана ОП по направлению подготовки 01.03.01 - Математика.

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» изучается в 7 семестре.

3. Объем и содержание дисциплины

3.1. Объем дисциплины: 2 з.е.

Очная: 2 з.е.

Вид учебной работы	Очная (всего часов)
Общая трудоёмкость дисциплины	72
Контактная работа	48
Лекции (Лекции)	16
Практические (Практ. раб.)	32
Самостоятельная работа (СР)	24
Зачет	-

3.2. Содержание курса:

№ темы	Название раздела/темы	Вид учебной работы, час.			Формы текущего контроля
		Лек ции	Пра кт. раб.	СР	
		О	О	О	
7 семестр					
1	Комплексные числа и операции над ними	1	2	1	Другие формы контроля
2	Ряды комплексных чисел	1	2	2	Другие формы контроля
3	Функции комплексного переменного	1	2	1	Контрольная работа
4	Ряды функций комплексного переменного	1	2	2	Другие формы контроля

5	Аналитические функции	1	2	2	Другие формы контроля
6	Понятие о конформном отображении	1	2	2	Другие формы контроля
7	Римановы поверхности	1	2	2	Другие формы контроля
8	Дробно-линейное отображение и его основные свойства	1	2	2	Другие формы контроля
9	Понятие интеграла от функции комплексного переменного по кривой и его основные свойства	1	2	2	Другие формы контроля
10	Разложение аналитической функции в степенной ряд	1	2	2	Другие формы контроля
11	Гармонические функции и их свойства.	1	2	1	Другие формы контроля
12	Классификация изолированных особых точек аналитической функции	1	2	1	Другие формы контроля
13	Понятие вычета функции относительно изолированной особой точки и его вычисление.	1	2	1	Другие формы контроля
14	Аналитическое продолжение, понятие и методы.	1	2	1	Другие формы контроля
15	Конформное отображение односвязных областей.	1	2	1	Контрольная работа
16	Задачи Дирихле и Неймана	1	2	1	Другие формы контроля

Тема 1. Комплексные числа и операции над ними

Лекция.

Комплексные числа и основные операции над ними. Геометрическое изображение комплексных чисел. Комплексная плоскость. Интерпретация Римана комплексных чисел и расширенная комплексная плоскость.

Практическое занятие.

Комплексные числа и основные операции над ними. Геометрическое изображение комплексных чисел. Комплексная плоскость. Интерпретация Римана комплексных чисел и расширенная комплексная плоскость.

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, подготовка к практическому занятию, решение задач

Тема 2. Ряды комплексных чисел**Лекция.**

Множества точек на расширенной комплексной плоскости. Понятие области. Последовательность комплексных чисел и ее предел. Критерий Коши. Ряды комплексных чисел. Абсолютно сходящиеся ряды.

Практическое занятие.

Множества точек на расширенной комплексной плоскости. Понятие области. Последовательность комплексных чисел и ее предел. Критерий Коши. Ряды комплексных чисел. Абсолютно сходящиеся ряды.

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала. Подготовка к практическим занятиям, решение задач.

Тема 3. Функции комплексного переменного**Лекция.**

Понятие функции комплексного переменного. Предел функции в точке, непрерывность функции в точке, равномерная непрерывность функции на множестве. Свойства непрерывной на замкнутом множестве функции

Практическое занятие.

Понятие функции комплексного переменного. Предел функции в точке, непрерывность функции в точке, равномерная непрерывность функции на множестве. Свойства непрерывной на замкнутом множестве функции

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, решение задач

Тема 4. Ряды функций комплексного переменного**Лекция.**

Функциональный ряд. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда непрерывных функций. Степенной ряд. Теорема Коши-Адамара. Радиус сходимости степенного ряда. Определение некоторых элементарных функций с помощью степенных рядов. Кривая Жордана. Гладкая и кусочно-гладкая кривые Жордана. Существование у замкнутой гладкой кривой Жордана стандартного радиуса, соответствующего некоторому острому углу.

Практическое занятие.

Функциональный ряд. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда непрерывных функций. Степенной ряд. Теорема Коши-Адамара. Радиус сходимости степенного ряда. Определение некоторых элементарных функций с помощью степенных рядов. Кривая Жордана. Гладкая и кусочно-гладкая кривые Жордана. Существование у замкнутой гладкой кривой Жордана стандартного радиуса, соответствующего некоторому острому углу.

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, решение задач

Тема 5. Аналитические функции**Лекция.**

Моногенность. Условия Коши Римана. Формальные производные. Определение аналитической функции. Аналитичность суммы степенного ряда. Первая и вторая теоремы Абеля. Определение некоторых элементарных функций с помощью степенных рядов

Практическое занятие.

Условия Коши Римана. Формальные производные. Определение аналитической функции. Аналитичность суммы степенного ряда. Первая и вторая теоремы Абеля. Определение некоторых элементарных функций с помощью степенных рядов

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, решение задач

Тема 6. Понятие о конформном отображении

Лекция.

Однолистные функции. Обращение функции комплексного переменного. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформное отображение. Конформность отображения, осуществляемого однолистной аналитической функцией.

Практическое занятие.

Однолистные функции. Обращение функции комплексного переменного. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформное отображение. Конформность отображения, осуществляемого однолистной аналитической функцией.

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, решение задач

Тема 7. Римановы поверхности

Лекция.

Области однолистности и обращение степенной и экспоненциальной функций. Понятие точки ветвления многозначной функции. Римановы поверхности корня и логарифма

Практическое занятие.

Области однолистности и обращение степенной и экспоненциальной функций. Понятие точки ветвления многозначной функции. Римановы поверхности корня и логарифма

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, решение задач

Тема 8. Дробно-линейное отображение и его основные свойства

Лекция.

Дробно-линейное отображение и его основные свойства: круговое свойство, инвариантность ангармонического отношения четырех точек и симметричности пары точек относительно окружности и прямой. Общий вид дробно-линейного отображения верхней полуплоскости на единичный круг и единичного круга на себя.

Практическое занятие.

Дробно-линейное отображение и его основные свойства: круговое свойство, инвариантность ангармонического отношения четырех точек и симметричности пары точек относительно окружности и прямой. Общий вид дробно-линейного отображения верхней полуплоскости на единичный круг и единичного круга на себя

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, решение задач

Тема 9. Понятие интеграла от функции комплексного переменного по кривой и его основные свойства

Лекция.

Определение криволинейных интегралов первого и второго рода. Понятие интеграла от функции комплексного переменного по кривой и его основные свойства. Лемма Гурса. Теорема Коши. Обобщенная теорема Коши для односвязной и многосвязной области. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Существование у аналитической функции производной любого порядка. Теорема Морера. Понятие неопределенного интеграла и формула Ньютона-Лейбница

Практическое занятие.

Определение криволинейных интегралов первого и второго рода. Понятие интеграла от функции комплексного переменного по кривой и его основные свойства. Лемма Гурса. Теорема Коши. Обобщенная теорема Коши для односвязной и многосвязной области. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Существование у аналитической функции производной любого порядка. Теорема Морера. Понятие неопределенного интеграла и формула Ньютона-Лейбница

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, решение задач

Тема 10. Разложение аналитической функции в степенной ряд

Лекция.

Теорема Тейлора о разложении аналитической функции в степенной ряд. Внутренняя теорема единственности аналитической функции. Принцип максимума модуля аналитической функции. Нули аналитической функции. Неравенства Коши и теорема Лиувилля. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса о рядах

функции аналитических функций. Принцип компактности

Практическое занятие.

Теорема Тейлора о разложении аналитической функции в степенной ряд. Внутренняя теорема единственности аналитической функции. Принцип максимума модуля аналитической функции. Нули аналитической функции. Неравенства Коши и теорема Лиувилля. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса о рядах функции аналитических функций. Принцип компактности

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, решение задач

Тема 11. Гармонические функции и их свойства.

Лекция.

Гармонические функции и их свойства. Восстановление аналитической функции по ее действительной части. Теорема о среднем для аналитической и гармонической функций. Принцип экстремума для гармонической функции. Интегральные формулы Шварца и Пуассона

Практическое занятие.

Гармонические функции и их свойства. Восстановление аналитической функции по ее действительной части. Теорема о среднем для аналитической и гармонической функций. Принцип экстремума для гармонической функции. Интегральные формулы Шварца и Пуассона

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, решение задач

Тема 12. Классификация изолированных особых точек аналитической функции

Лекция.

Теорема Лорана. Классификация изолированных особых точек аналитической функции. Связь между нулем и полюсом функций $f(z)$ и $1/f(z)$. Поведение аналитической функции в окрестности изолированной особой точки, теорема Сохоцкого-Вейерштрасса. Бесконечно удаленная изолированная особая точка. Понятие аналитичности функции в бесконечно удаленной точке. Понятия целой и мероморфной функций

Практическое занятие.

Теорема Лорана. Классификация изолированных особых точек аналитической функции. Связь между нулем и полюсом функций $f(z)$ и $1/f(z)$. Поведение аналитической функции в окрестности изолированной особой точки, теорема Сохоцкого-Вейерштасса. Бесконечно удаленная изолированная особая точка. Понятие аналитичности функции в бесконечно удаленной точке. Понятия целой и мероморфной функций

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, решение задач

Тема 13. Понятие вычета функции относительно изолированной особой точки и его вычисление.

Лекция.

Понятие вычета функции относительно изолированной особой точки и его вычисление. Основная теорема о вычетах. Вычет функции относительно бесконечно удаленной изолированной особой точки. Интегральная формула Коши для внешней области. Формула логарифмического вычета. Принцип аргумента аналитической функции. Теорема Руше. Необращение в нуль производной однолистной аналитической функции. Приложение теории вычетов к вычислению интегралов, лемма Жордана.

Практическое занятие.

Понятие вычета функции относительно изолированной особой точки и его вычисление. Основная теорема о вычетах. Вычет функции относительно бесконечно удаленной изолированной особой точки. Интегральная формула Коши для внешней области. Формула логарифмического вычета. Принцип аргумента аналитической функции. Теорема Руше. Необращение в нуль производной однолистной аналитической функции. Приложение теории вычетов к вычислению интегралов, лемма Жордана.

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала и решение задач

Тема 14. Аналитическое продолжение, понятие и методы.

Лекция.

Аналитическое продолжение, понятие и методы. Понятие полной аналитической функции аналитической функции в смысле Вейерштасса. Теорема монодромии. Принцип непрерывности. Граничная теорема единственности аналитической функции. Принцип симметрии Римана-Шварца. Аналитическое продолжение действительной аналитической функции действительного переменного. Принцип Шварца. Лемма Шварца

Практическое занятие.

Аналитическое продолжение, понятие и методы. Понятие полной аналитической функции аналитической функции в смысле Вейерштасса. Теорема монодромии. Принцип непрерывности. Граничная теорема единственности аналитической функции. Принцип симметрии Римана-Шварца. Аналитическое продолжение действительной аналитической функции действительного переменного. Принцип Шварца. Лемма Шварца

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала и решение задач

Тема 15. Конформное отображение односвязных областей.

Лекция.

Конформное отображение односвязных областей. Лемма об однолиственности предела последовательности однолистных аналитических функций. Построение вспомогательной «раздувающей» функции. Теорема Римана. Соответствие границ при конформном отображении. Принцип взаимно однозначного соответствия.

Практическое занятие.

Конформное отображение односвязных областей. Лемма об однолистности предела последовательности однолистных аналитических функций. Построение вспомогательной «раздувающей» функции. Теорема Римана. Соответствие границ при конформном отображении. Принцип взаимно однозначного соответствия.

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала и решение задач

Тема 16. Задачи Дирихле и Неймана

Лекция.

Задача Дирихле (первая краевая задача). Решение задачи Дирихле для круга. Существование и единственность решения задачи Дирихле для односвязной жордановой области. Построение конформного отображения жордановой области на единичный круг с помощью решения задачи Дирихле. Функция Грина и ее свойства. Задача Неймана (вторая краевая задача). Необходимое условие разрешимости задачи Неймана. Формула Дини

Практическое занятие.

Задача Дирихле (первая краевая задача). Решение задачи Дирихле для круга. Существование и единственность решения задачи Дирихле для односвязной жордановой области. Построение конформного отображения жордановой области на единичный круг с помощью решения задачи Дирихле. Функция Грина и ее свойства. Задача Неймана (вторая краевая задача). Необходимое условие разрешимости задачи Неймана. Формула Дини

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала и решение задач

4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства

4.1. Распределение баллов:

7 семестр

- текущий контроль – 50 баллов
- контрольные срезы – 2 среза по 10 баллов каждый
- премиальные баллы – 20 баллов
- ответ на экзамене: не более 30 баллов

Распределение баллов по заданиям:

№ темы	Название темы / вид учебной работы	Формы текущего контроля / срезы	Мак. кол-во баллов	Методика проведения занятия и оценки
1.	Комплексные числа и операции над ними	Другие формы контроля	3	Решение задач на практическом занятии - 3 балла
2.	Ряды комплексных чисел	Другие формы контроля	3	3 балла за решение задач на практическом занятии
3.	Функции комплексного переменного	Контрольная работа (контрольный срез)	10	10 баллов - 90-100% верное выполнение заданий контрольной работы 8 баллов - 70-89% верно выполненных заданий 5 баллов - 50-69% верно выполненных заданий 0 баллов - менее 50% верно выполненных заданий
4.	Ряды функций комплексного переменного	Другие формы контроля	3	3 балла за решение задач на практическом занятии

5.	Аналитические функции	Другие формы контроля	5	5 баллов за решение задач на практическом занятии
6.	Понятие о конформном отображении	Другие формы контроля	5	5 баллов за решение задач на практическом занятии
7.	Римановы поверхности	Другие формы контроля	5	5 баллов за решение задач на практическом занятии
8.	Дробно-линейное отображение и его основные свойства	Другие формы контроля	5	5 баллов за решение задач на практическом занятии
9.	Понятие интеграла от функции комплексного переменного по кривой и его основные свойства	Другие формы контроля	3	3 балла за решение задач на практическом занятии
10.	Разложение аналитической функции в степенной ряд	Другие формы контроля	3	3 балла за решение задач на практическом занятии
11.	Гармонические функции и их свойства.	Другие формы контроля	3	3 балла за решение задач на практическом занятии
12.	Классификация изолированных особых точек аналитической функции	Другие формы контроля	3	3 балла за решение задач на практическом занятии
13.	Понятие вычета функции относительно изолированной особой точки и его вычисление.	Другие формы контроля	3	3 балла за решение задач на практическом занятии
14.	Аналитическое продолжение, понятие и методы.	Другие формы контроля	3	3 балла за решение задач на практическом занятии
15.	Конформное отображение односвязных областей.	Контрольная работа (контрольный срез)	10	10 баллов - 90-100% верно решенных задач 8 баллов - 70-89% верно решенных задач 5 баллов - 50-69% верно решенных задач 0 баллов - менее 50% верно решенных задач
16.	Задачи Дирихле и Неймана	Другие формы контроля	3	3 балла за решение задач на практическом занятии
17.	Премияльные баллы		20	20 баллов за участие в студенческих научных конференциях и олимпиадах

18.	Ответ на экзамене	30	Оценка "отлично" - 25-30 баллов; "хорошо" - 18-24 балла; "удовлетворительно" - 10-17 баллов; "неудовлетворительно" - менее 10 баллов
19.	Индивидуальные задания, с помощью которых можно набрать дополнительные баллы	50	ДЖобор баллов: студент может предоставить все задания текущего и промежуточного контроля
20.	Итого за семестр	100	

Итоговая оценка по зачету выставляется в 100-балльной шкале и в традиционной четырехбалльной шкале. Перевод 100-балльной рейтинговой оценки по дисциплине в традиционную четырехбалльную осуществляется следующим образом:

100-балльная система	Традиционная система
50 - 100 баллов	Зачтено
0 - 49 баллов	Не зачтено

4.2 Типовые оценочные средства текущего контроля

Другие формы контроля

Тема 1. Комплексные числа и операции над ними

Задачи для проведения практического занятия

Тема 2. Ряды комплексных чисел

Задания для проведения практического занятия

Тема 4. Ряды функций комплексного переменного

Задания для проведения практического занятия

Тема 5. Аналитические функции

Задания для проведения практического занятия

Тема 6. Понятие о конформном отображении

Задания для проведения практического занятия

Тема 7. Римановы поверхности

Набор задач для проведения практического занятия

Тема 8. Дробно-линейное отображение и его основные свойства

Набор задач для проведения практического занятия

Тема 9. Понятие интеграла от функции комплексного переменного по кривой и его основные свойства

Набор задач для проведения практического занятия

Тема 10. Разложение аналитической функции в степенной ряд

набор задач для проведения практического занятия

Тема 11. Гармонические функции и их свойства.

Набор задач для проведения практического занятия

Тема 12. Классификация изолированных особых точек аналитической функции

Набор задач для проведения практического занятия

Тема 13. Понятие вычета функции относительно изолированной особой точки и его вычисление.

Набор задач для проведения практического занятия

Тема 14. Аналитическое продолжение, понятие и методы.

Набор задач для проведения практического занятия

Тема 16. Задачи Дирихле и Неймана

Набор задач для проведения практического занятия

Контрольная работа

Тема 3. Функции комплексного переменного

Задания для проведения контрольной работы

Тема 15. Конформное отображение односвязных областей.

Индивидуальные задания для проведения контрольной работы

4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета

Типовые вопросы зачета (ПК-1)

1. Действия над комплексными числами в различной форме.
2. Последовательности комплексных чисел. Необходимое и достаточное условие существования конечного предела числовой последовательности.
3. Свойства сходящихся последовательностей комплексных чисел.
4. Комплексный числовой ряд. Необходимое и достаточное условие его сходимости.
5. Функции комплексного переменного. Определение, примеры, геометрическая интерпретация, однолиственность функции.
6. Предел функции комплексного переменного. Определение, примеры. Необходимое и достаточное условие существования конечного предела.
7. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций.
8. Производная и дифференциал функции. Правила дифференцирования.
9. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции в точке. Аналитические функции. Определение, примеры.
10. Геометрический смысл аргумента и модуля производной комплексной функции комплексного переменного. Конформные отображения.
11. Степенная функция и радикал, их свойства.
12. Дробно-линейная функция и ее свойства
13. Показательная функция и ее свойства.
14. Логарифмическая функция и ее свойства.
15. Тригонометрические функции и их свойства.
16. Комплексный интеграл. Определение, примеры, существование интеграла. Сведение комплексного интеграла к двум криволинейным интегралам II рода.
17. Простейшие свойства интеграла, вытекающие из его определения. Свойства интеграла, вытекающие из свойств криволинейных интегралов II рода.
18. Сведение комплексного интеграла к обычному интегралу Римана.

19. Теорема Коши для аналитических функций.
20. Интеграл с переменным верхним пределом от аналитической функции.
Первообразная, формула Ньютона-Лейбница.
21. Интегральная формула Коши для аналитической функции и для ее производных.
22. Теорема Лиувилля.
23. Теорема Морера.
24. Функциональный ряд. Определение примеры. Сумма ряда, область сходимости. Понятие равномерной сходимости, признак Вейерштрасса. Степенные ряды.
25. Теоремы Вейерштрасса о рядах с аналитическими функциями.
26. Аналитичность суммы степенного ряда, бесконечная дифференцируемость.
27. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Единственность разложения.
28. Ряд Лорана. Определение, примеры, область сходимости. Разложение аналитической в кольцо функции в ряд Лорана. Единственность разложения
29. Понятие особой изолированной точки. Устранимые особые точки и их признак.
30. Полюсы и существенно особые точки, их признаки.
31. Понятие вычета. Вычисление вычета в особых точках.
32. Теорема Коши о вычетах.
33. Вычет в бесконечно удаленной точке.

Типовые задания для зачета (ПК-1)

1. Найдите все корни уравнения $\sqrt{3}iz + i \cos z + 1 = 0$ и укажите ближайший из них к точке $z = 0$.
2. Найдите все значения вещественных параметров a и b , при которых функция $u(x, y) + iv(x, y) = (ax - x)(x \sin y - y \cos y) + i(x - x)(x \cos y + by \sin y)$ является аналитической на всей комплексной плоскости; для этих параметров записать функцию при найденных значениях a и b , как функцию $f(z)$ переменной $z = x + iy$.
3. Убедившись, что функция $Arg(z)$ допускает выделение однозначных ветвей в комплексной плоскости с разрезом по кривой $z = te^{it} \pi, t \geq 0$, найти значение в точке $z = 5 + 5i$ той ее ветви, которая принимает значение 0 в точке $z = 1$.
4. Докажите, что функция $f(z) = \sqrt{\frac{1-z}{z+1}}$, допускает выделение однозначных ветвей в комплексной плоскости с разрезами по лучам $(-\infty, -1], [1, +\infty)$ и найдите значение в точке $z = i$ той ветви, которая принимает значение 1 в точке $z = 0$. Можно ли выделить однозначные ветви функции $f(z)$ в окрестности $z = \infty$?
5. Используя интегральную формулу Коши, вычислите интеграл (контур обходится в положительном направлении) $\int_C \frac{dz}{(z-a)^n(z-b)}$, $n \in \mathbb{N}$ где C - окружность $|z| = r, |a| < r < |b|$
6. Пользуясь разложением $\frac{z}{e^z - 1} = 1 - \frac{z}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_{2n}}{(2n)!} z^{2n}$, найдите разложение функции $f(z) = ctg(z)$. Укажите радиус сходимости этого ряда. (Числа B_n называются числами Бернулли. Для них верно следующее: $B_0 = 1, B_1 = -\frac{1}{2}, B_{2k+1} = 0, k = 1, 2, \dots; C_{n+1}^0 B_0 + C_{n+1}^1 B_1 + \dots + C_{n+1}^n B_n, n = 2, 3, \dots$).
7. Дана функция $f(z) = \frac{z+13}{z^2+2z-15}$. Укажите максимальное кольцо, содержащее точку $z = 4$, в котором эта функция допускает разложение в ряд Лорана по степеням $z+2$, и найдите это разложение.
8. Разложите в ряд Лорана в окрестности точки $z_0 = 2$ функцию $f(z) = z^2 e^{\frac{z-1}{z-2}}$, и найдите значение главной части этого разложения при $z = 1$.
9. Выясните, существует ли функция $f(z)$, аналитическая в окрестности точки $z = 0$ и удовлетворяющая условию $f(\frac{1}{n}) = \frac{n + \cos \pi n}{3n+2}, n \in \mathbb{N}$.

4.4. Шкала оценивания промежуточной аттестации

Оценка	Компетенции	Дескрипторы (уровни) – основные признаки освоения (показатели достижения результата)
«зачтено» (50 - 100 баллов)	ПК-1	
«не зачтено» (0 - 49 баллов)	ПК-1	

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

5.1 Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся:

Приступая к изучению дисциплины, в первую очередь обучающимся необходимо ознакомиться содержанием рабочей программы дисциплины (РПД), которая определяет содержание, объем, а также порядок изучения и преподавания учебной дисциплины, ее раздела, части.

Для самостоятельной работы важное значение имеют разделы «Объем и содержание дисциплины», «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» и «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы».

В разделе «Объем и содержание дисциплины» указываются все разделы и темы изучаемой дисциплины, а также виды занятий и планируемый объем в академических часах.

В разделе «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» указана рекомендуемая основная и дополнительная литература.

В разделе «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы» содержится перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем, необходимых для освоения дисциплины.

5.2 Рекомендации обучающимся по работе с теоретическими материалами по дисциплине

При изучении и проработке теоретического материала необходимо:

- просмотреть еще раз презентацию лекции в системе MOODLe, повторить законспектированный на лекционном занятии материал и дополнить его с учетом рекомендованной дополнительной литературы;
- при самостоятельном изучении теоретической темы сделать конспект, используя рекомендованные в РПД источники, профессиональные базы данных и информационные справочные системы;
- ответить на вопросы для самостоятельной работы, по теме представленные в пункте 3.2 РПД.
- при подготовке к текущему контролю использовать материалы фонда оценочных средств (ФОС).

5.3 Рекомендации по работе с научной и учебной литературой

Работа с основной и дополнительной литературой является главной формой самостоятельной работы и необходима при подготовке к устному опросу на семинарских занятиях, к дебатам, тестированию, экзамену. Она включает проработку лекционного материала и рекомендованных источников и литературы по тематике лекций.

Конспект лекции должен содержать реферативную запись основных вопросов лекции, в том числе с опорой на размещенные в системе MOODLe презентации, основных источников и литературы по темам, выводы по каждому вопросу. Конспект может быть выполнен в рамках распечатки выдачи презентаций лекций или в отдельной тетради по предмету. Он должен быть аккуратным, хорошо читаемым, не содержать не относящуюся к теме информацию или рисунки.

Конспекты научной литературы при самостоятельной подготовке к занятиям должны содержать ответы на каждый поставленный в теме вопрос, иметь ссылку на источник информации с обязательным указанием автора, названия и года издания используемой научной литературы. Конспект может быть опорным (содержать лишь основные ключевые позиции), но при этом позволяющим дать полный ответ по вопросу, может быть подробным. Объем конспекта определяется самим студентом.

В процессе работы с основной и дополнительной литературой студент может:

- делать записи по ходу чтения в виде простого или развернутого плана (создавать перечень основных вопросов, рассмотренных в источнике);
- составлять тезисы (цитирование наиболее важных мест статьи или монографии, короткое изложение основных мыслей автора);
- готовить аннотации (краткое обобщение основных вопросов работы);
- создавать конспекты (развернутые тезисы).

5.4. Рекомендации по подготовке к отдельным заданиям текущего контроля

Собеседование предполагает организацию беседы преподавателя со студентами по вопросам практического занятия с целью более обстоятельного выявления их знаний по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. Все члены группы могут участвовать в обсуждении, добавлять информацию, дискутировать, задавать вопросы и т.д.

Устный опрос может применяться в различных формах: фронтальный, индивидуальный, комбинированный. Основные качества устного ответа подлежащего оценке:

- правильность ответа по содержанию;
- полнота и глубина ответа;
- сознательность ответа;
- логика изложения материала;
- рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи;

- своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе;
- использование дополнительного материала;
- рациональность использования времени, отведенного на задание.

Устный опрос может сопровождаться презентацией, которая подготавливается по одному из вопросов практического занятия. При выступлении с презентацией необходимо обращать внимание на такие моменты как:

- содержание презентации: актуальность темы, полнота ее раскрытия, смысловое содержание, соответствие заявленной темы содержанию, соответствие методическим требованиям (цели, ссылки на ресурсы, соответствие содержания и литературы), практическая направленность, соответствие содержания заявленной форме, адекватность использования технических средств учебным задачам, последовательность и логичность презентуемого материала;
- оформление презентации: объем (оптимальное количество), дизайн (читаемость, наличие и соответствие графики и анимации, звуковое оформление, структурирование информации, соответствие заявленным требованиям), оригинальность оформления, эстетика, использование возможности программной среды, соответствие стандартам оформления;
- личностные качества: ораторские способности, соблюдение регламента, эмоциональность, умение ответить на вопросы, систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам программы;
- содержание выступления: логичность изложения материала, раскрытие темы, доступность изложения, эффективность применения средств ИКТ, способы и условия достижения результативности и эффективности для выполнения задач своей профессиональной или учебной деятельности, доказательность принимаемых решений, умение аргументировать свои заключения, выводы.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1 Основная литература:

1. Эйдерман В. Я. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление : Учебное пособие для вузов. - испр. и доп; 2-е изд.. - Москва: Юрайт, 2021. - 263 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/468277>
2. Шабунин М.И., Сидоров Ю.В. Теория функций комплексного переменного : учебник. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 303 с. - Текст : электронный // ЭБС «Консультант студента вуза и медвуза [сайт]. - URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001019169.html>

6.2 Дополнительная литература:

1. Чуешев В. В., Чуешева Н. А. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие, 1. - Изд. 3-е, испр. и доп.. - Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2018. - 154 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=572683>
2. Чуешев В. В., Чуешева Н. А. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие, 4. Конформные отображения. - Изд. 2-е, исп. и доп.. - Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2016. - 134 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=481497>
3. Каибханов, К. Э., Ершов, В. В., Тетруашвили, Е. В. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие. - Весь срок охраны авторского права; Теория функций комплексного переменного. - Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2019. - 123 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/83816.html>

6.3 Иные источники:

1. Единое окно доступа к образовательным ресурсам - <http://window.edu.ru/>
2. Консультант студента: электронно-библиотечная система - <http://www.studentlibrary.ru>
3. Образовательный портал "Учёба" - www.Ucheba.com

4. Образовательный портал для студентов – <http://www.alleng.ru> - <http://www.alleng.ru>
5. Общероссийский математический портал - <http://www.MathNet.Ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение: учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории и помещения для самостоятельной работы укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы укомплектованы компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования, обеспечивающие тематические иллюстрации (проектор, ноутбук, экран/ интерактивная доска).

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Электронный каталог Фундаментальной библиотеки ТГУ. – URL: <https://www.tsutmb.ru/biblio/elektronnyj-katalog/>
2. Российская национальная библиотека: официальный сайт. – URL: <http://nlr.ru>
3. Федеральное хранилище «Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов». – URL: <http://school-collection.edu.ru>
4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» . – URL: <http://www.biblioclub.ru>
5. Цифровой образовательный ресурс IPR SMART. – URL: <http://www.iprbookshop.ru>
6. Электронная библиотека. Образовательная платформа «Юрайт». – URL: <https://biblio-online.ru/book/sud-prisyazhnyh-442275>
7. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка». – URL: <https://cyberleninka.ru>
8. Научная электронная библиотека eLIBRARY.ru. – URL: <https://elibrary.ru>
9. Электронная библиотека ТГУ. – URL: <https://elibrary.tsutmb.ru/>
10. Президентская библиотека имени Б.Н. Ельцина. – URL: <https://www.prilib.ru>
11. Электронная библиотека РФФИ. – URL: <https://www.rfbr.ru/rffi/ru/library>
12. Российская государственная библиотека: официальный сайт. – URL: <https://www.rsl.ru>

Электронная информационно-образовательная среда

https://auth.tsutmb.ru/authorize?response_type=code&client_id=moodle&state=xyz

Взаимодействие преподавателя и студента в процессе обучения осуществляется посредством мультимедийных, гипертекстовых, сетевых, телекоммуникационных технологий, используемых в электронной информационно-образовательной среде университета.