

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина»**

ПРИНЯТО

Решением Ученого совета
ФГБОУ ВО «Тамбовский
государственный университет
имени Г.Р. Державина»
«24» мая 2022 г.
(протокол № 13)

«УТВЕРЖДАЮ»

И.о. ректора
ФГБОУ ВО «Тамбовский
государственный университет
имени Г.Р. Державина»



И.В. Налетова

**ПРОГРАММА
КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА
ПО НАУЧНОЙ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Автор программы:

Доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры функционального анализа Жуковский Евгений Семенович

Программа принята на заседании кафедры функционального анализа «8» апреля 2022 года, протокол № 7.

Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения. Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля-Остроградского, метод вариации постоянных и др.). Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина, приложение к задачам быстрого действия для линейных систем. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи. Задача Штурма-Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона-Якоби.

Раздел 2. Уравнения с частными производными

Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши - Ковалевской. Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.) Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.). Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.) Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье. Пространства Соболева W_p^m . Теоремы вложения, следы функций из W_p^m на границе области. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения. Псевдо дифференциальные операторы (определение, основные свойства). Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства. Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства. Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства.

Вопросы к кандидатскому экзамену

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.
3. Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля-Остроградского, метод вариации постоянных и др.).
4. Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.
5. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.

6. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (без доказательства), приложение к задачам быстрогодействия для линейных систем.
7. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.
8. Задача Штурма–Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.
9. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.
10. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.
11. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона –Якоби.
12. Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши – Ковалевской.
13. Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.
14. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.).
15. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.).
16. Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.).
17. Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.
18. Пространства Соболева W_p^m . Теоремы вложения, следы функций из W_p^m на границе области.
19. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения.
20. Псевдо дифференциальные операторы (определение, основные свойства).
21. Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства.
22. Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства.
23. Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства.
24. Абстрактные топологические динамические системы: определение, основные свойства, различные классы движений в динамических системах.
25. Предельные свойства динамических систем: предельные точки и множества, инвариантность.
26. Минимальность множества и рекуррентные движения. Теоремы Биркгофа.
27. Почти периодические движения. Устойчивость по Ляпунову. Теоремы Маркова.
28. Почти периодические и рекуррентные функции. Основные свойства. Теорема Бохнера. Динамическая система сдвигов.

Основная литература

1. Хеннер, В.К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений [Текст] : учеб. пособие / В.К. Хеннер, Т.С. Белозерова, М.В. Хеннер. Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2017. 318 с. ISBN 978-5-8114-2592-1.
2. Шубин, М.А. Лекции об уравнениях математической физики [Текст] / М.А. Шубин. 2-е изд., испр. М. : МЦНМО, 2003. 302 с. ISBN 5-900916-97-9.
3. Жуковский, Е.С. Линейные эволюционные функционально-дифференциальные

уравнения в банаховом пространстве [Текст] : Монография / Е.С. Жуковский ; Тамб. гос. ун-т им.Г.Р.Державина . Тамбов : Изд-во ТГУ, 2003 . - 148 с. - ISBN 5-89016-078-8.

Дополнительная литература

1. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 2006.
2. Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. М.: Наука; 2009.
3. Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. М.: Физматлит, 2009. 550 с.
4. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 2007. 472 с.
5. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 2005.
6. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Наука, 2010.
7. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. М.: Издательство МГТУ им. Баумана, 2006.

Иные источники

1. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М.: Наука, 2009.
2. Пикулин В.П., Похожаев СИ. Практический курс по уравнениям математической физики. М.: Наука, 2005.
3. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 2008. (и другие издания).
4. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 2007. (и другие издания).
5. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 2007. (и другие издания).
6. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 2010.
7. Каток А.Б., Хасселблат Б. Введение в современную теория динамических систем. М.: Изд-во «Факториал», 2009. 768 с.
8. Левитан Б.М., Жиков В.В. Почти-периодические функции и дифференциальные уравнения. Изд-во МГУ, 2008. 204 с.
9. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 2011.
10. Шубин М.А. Псевдо дифференциальные операторы и спектральная теория. М.: Наука, 2008.
11. Аносов Д.В., Арансон С.Х., Арнольд В.И., Бронштейн И.У., Гринес В.З., Ильяшенко Ю.С. Динамические системы – 1 // Итоги науки и техники. Серия «Современные проблемы математики. Фундаментальные направления». Т. 1. М.: Изд-во ВИНТИ АН СССР, 1985. 244 с.

Информационные справочные системы и профессиональные базы данных:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	http://www.biblioclub.ru
ЭБС «Консультант студента»: Медицина. Здравоохранение, Комплект Гуманитарные науки	http://www.studentlibrary.ru
ЭБС «IPRSMART» (старое название «IPR books»)	http://iprbookshop.ru
ЭБС «Юрайт»	http://www.urait.ru
Сетевая электронная библиотека	https://e.lanbook.com

педагогических вузов	/
Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU	http://elibrary.ru
Государственная информационная система «Национальная электронная библиотека»	https://нэб.пф
Президентская библиотека имени Б.Н. Ельцина	http://www.prlib.ru
Электронный справочник «Информιο»	www.informio.ru
Справочная правовая система «Консультант Плюс»	http://www.consultant.ru
Архив научных журналов зарубежных издательств	https://arch.neicon.ru