

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина»  
Институт математики, физики и информационных технологий  
Кафедра функционального анализа

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор института



Н. Л. Королева  
«21» июня 2023 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

по дисциплине Б1.В.8 Дифференциальная геометрия и топология

Направление подготовки/специальность: 01.03.01 - Математика

Профиль/направленность/специализация: Дифференциальные уравнения,  
динамические системы и оптимальное управление

Уровень высшего образования: бакалавриат

Квалификация: Бакалавр

год набора: 2020

Тамбов, 2023

**Автор программы:**

Кандидат физико-математических наук, доцент Фомичева Юлия Геннадьевна

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 - Математика (уровень бакалавриата) (приказ Министерства образования и науки РФ от «10» января 2018 г. № 8).

Рабочая программа принята на заседании Кафедры функционального анализа «14» июня 2023 г. Протокол № 9

Рассмотрена и одобрена на заседании Ученого совета Института математики, физики и информационных технологий, Протокол от «21» июня 2023 г. № 3.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи дисциплины.....	4
2. Место дисциплины в структуре ОП Бакалавриата.....	4
3. Объем и содержание дисциплины.....	4
4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства.....	8
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).....	17
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	19
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	20

## 1. Цели и задачи дисциплины

1.1 Цель дисциплины – формирование компетенций:

ПК-2 Способен строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

1.2 Типы задач профессиональной деятельности, к которым готовятся обучающиеся в рамках освоения дисциплины:

- научно-исследовательский

1.3 Дисциплина ориентирована на подготовку обучающихся к профессиональной деятельности в сфере: 40 Сквозные виды профессиональной деятельности в промышленности (в сфере научно-исследовательских и опытноконструкторских разработок)

1.4 В результате освоения дисциплины у обучающихся должны быть сформированы:

Обобщенные трудовые функции / трудовые функции / трудовые или профессиональные действия (при наличии профстандарта)	Код и наименование компетенции ФГОС ВО, необходимой для формирования трудового или профессионального действия	Индикаторы достижения компетенций
- В Проведение научно-исследовательских и опытно-конструкторских разработок при исследовании самостоятельных тем	ПК-2 Способен строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	Определяет методы и средства научных исследований для решения конкретных задач в своей предметной области; оценивает результаты исследований и определяет их качество

1.5 Согласование междисциплинарных связей дисциплин, обеспечивающих освоение компетенций:

ПК-2 Способен строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

№ п/п	Наименование дисциплин, определяющих междисциплинарные связи	Форма обучения		
		Очная (семестр)		
		4	7	8
1	Линейные операторы в гильбертовом пространстве		+	+
2	Преддипломная практика			+
3	Физика	+		

## 2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата:

Дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, учебного плана ОП по направлению подготовки 01.03.01 - Математика.

Дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология» изучается в 6, 7, 8 семестрах.

## 3. Объем и содержание дисциплины

3.1. Объем дисциплины: 11 з.е.

Очная: 11 з.е.

Вид учебной работы	Очная (всего часов)
<b>Общая трудоёмкость дисциплины</b>	<b>396</b>
Контактная работа	120
Лекции (Лекции)	60
Практические (Практ. раб.)	60
Самостоятельная работа (СР)	204
Экзамен	72
Зачет	-

## 3.2.Содержание курса:

№ темы	Название раздела/темы	Вид учебной работы, час.			Формы текущего контроля
		Лек ции	Пра кт. раб.	СР	
		О	О	О	
6 семестр					
1	Метрические пространства	10	10	26	Выполнение практических заданий
2	Топологические пространства	10	10	28	Выполнение практических заданий; Контрольная работа
3	Топологические многообразия	12	12	26	Выполнение практических заданий; Контрольная работа; Зачет
7 семестр					
4	Линии в евклидовом пространстве	6	6	24	Выполнение практических заданий; Контрольная работа
5	Соприкосновение кривых	6	6	24	Выполнение практических заданий; Контрольная работа
8 семестр					
6	Поверхности в евклидовом пространстве	4	4	24	Выполнение практических заданий; Контрольная работа

7	Основные уравнения теории поверхностей.	6	6	24	Выполнение практических заданий
8	Основы теории геодезических линий на поверхности	4	4	20	Выполнение практических заданий; Контрольная работа
9	Понятие о неевклидовой геометрии	2	2	8	Выполнение практических заданий

### Тема 1. Метрические пространства (ПК-2)

#### Лекция.

Определение метрики и метрического пространства и основные свойства. Примеры. Открытые множества в метрических пространствах. Ограниченные множества.

#### Практическое занятие.

Определение метрики и метрического пространства и основные свойства.

Открытые множества, ограниченные множества в метрическом пространстве

#### Задания для самостоятельной работы.

Е.А. Панасенко, Ю.Г. Фомичева "Задачи и упражнения по топологии", задачи № 13-18.

### Тема 2. Топологические пространства (ПК-2)

#### Лекция.

Определение топологии и топологического пространства. Примеры. Топология, индуцированная метрикой. База топологии. Внутренние и внешние граничные точки. Замкнутые множества. Область. Замыкание множества. Подпространство топологического пространства. Индуцированная топология. Отделимость. Компактность. Связность. Непрерывные отображения и их свойства. Гомеоморфизм.

#### Практическое занятие.

Определение топологии и топологического пространства.

Топология, индуцированная метрикой. База топологии. Внутренние и внешние граничные точки. Замкнутые множества. Область. Замыкание множества. Подпространство топологического пространства. Индуцированная топология. Отделимость. Компактность. Связность. Непрерывные отображения и их свойства. Гомеоморфизм.

#### Задания для самостоятельной работы.

Е.А. Панасенко, Ю.Г. Фомичева "Задачи и упражнения по топологии", §1-7,

### Тема 3. Топологические многообразия (ПК-2)

#### Лекция.

Топологическое многообразие. Многообразие с краем. Примеры. Понятие о клеточном разложении многообразия. Эйлерова характеристика многообразия. Ориентируемые и неориентируемые двумерные топологические многообразия. Понятие о классификации одномерных двумерных топологических многообразий.

#### Практическое занятие.

Топологическое многообразие. Многообразие с краем. Понятие о клеточном разложении многообразия. Эйлерова характеристика многообразия. Ориентируемые и неориентируемые двумерные топологические многообразия. Понятие о классификации одномерных двумерных топологических многообразий.

#### Задания для самостоятельной работы.

Е.А. Панасенко, Ю.Г. Фомичева "Задачи и упражнения по топологии", §10,11

#### Тема 4. Линии в евклидовом пространстве (ПК-2)

##### Лекция.

Векторные функции скалярного аргумента и их дифференцирование. Понятие линии. Способы задания линий. Гладкие линии. Касательная и нормаль к кривой. Кривизна кривой. Репер Френе. Длина дуги кривой. Естественная параметризация. Длина дуги кривой. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой.

##### Практическое занятие.

Векторные функции скалярного аргумента и их дифференцирование. Понятие линии. Способы задания линий. Гладкие линии. Касательная и нормаль к кривой. Кривизна кривой. Репер Френе. Длина дуги кривой. Естественная параметризация. Длина дуги кривой. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой.

##### Задания для самостоятельной работы.

Сборник задач по дифференциальной геометрии под ред. Феденко А.С. .гл. 2, §1-6, гл. 3, §7 - 9.

#### Тема 5. Соприкосновение кривых (ПК-2)

##### Лекция.

Понятие соприкосновения кривых. Примеры. Достаточные условия. Соприкасающаяся окружность. Плоские кривые. Эволюта и эвольвента. Формулы для вычисления кривизны и кручения кривой в произвольной параметризации.

##### Практическое занятие.

Понятие соприкосновения кривых. Достаточные условия. Соприкасающаяся окружность. Плоские кривые. Эволюта и эвольвента. Формулы для вычисления кривизны и кручения кривой в произвольной параметризации.

##### Задания для самостоятельной работы.

Сборник задач по дифференциальной геометрии под ред. Феденко А.С.гл. 2, §1-6, гл. 3, §7 - 9.

#### Тема 6. Поверхности в евклидовом пространстве (ПК-2)

##### Лекция.

Понятие поверхности. Способы задания поверхности. Криволинейные координаты точки на поверхности. Гладкие поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Первая квадратичная форма и ее геометрический смысл. Угол между кривыми на поверхности. Вычисление площади компактной поверхности. Вторая квадратичная форма. Кривизна кривой на поверхности. Асимптотические линии. Индикатриса Дюпена. Классификация точек поверхности. Главные направления. Главные кривизны. Линии кривизны. Формулы Родрига. Полная и средняя кривизны. Формулы Эйлера.

##### Практическое занятие.

Понятие поверхности. Способы задания поверхности. Криволинейные координаты точки на поверхности. Гладкие поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Первая квадратичная форма и ее геометрический смысл. Угол между кривыми на поверхности. Вычисление площади компактной поверхности. Вторая квадратичная форма. Кривизна кривой на поверхности. Асимптотические линии. Индикатриса Дюпена. Классификация точек поверхности. Главные направления. Главные кривизны. Линии кривизны. Формулы Родрига. Полная и средняя кривизны. Формулы Эйлера.

##### Задания для самостоятельной работы.

Сборник задач по дифференциальной геометрии под ред. Феденко А.С. задачи № 1137-1142,1147.

#### Тема 7. Основные уравнения теории поверхностей. (ПК-2)

##### Лекция.

Основные уравнения теории поверхностей. Деривационные формулы. Формулы Гаусса-Петерсона-Кодацци. Существование и единственность поверхностей с заданными первой и второй квадратичными формами. Теоремы Бонне и Гаусса.

#### **Практическое занятие.**

Основные уравнения теории поверхностей. Деривационные формулы. Формулы Гаусса-Петерсона-Кодацци. Существование и единственность поверхностей с заданными первой и второй квадратичными формами. Теоремы Бонне и Гаусса.

#### **Задания для самостоятельной работы.**

Сборник задач по геометрии под ред. Атанасяна Л.С., часть I I, задачи № 10.12- 10.21;

### **Тема 8. Основы теории геодезических линий на поверхности (ПК-2)**

#### **Лекция.**

Внутренняя геометрия поверхностей. Изометрические поверхности. Изгибание поверхностей. Геодезические линии. Геодезическая кривизна линий на поверхности. Полугеодезическая система координат. Параллельное перенесение вектора по поверхности.

#### **Практическое занятие.**

Внутренняя геометрия поверхностей. Изометрические поверхности. Изгибание поверхностей. Геодезические линии. Геодезическая кривизна линий на поверхности. Полугеодезическая система координат. Параллельное перенесение вектора по поверхности.

#### **Задания для самостоятельной работы.**

Сборник задач по геометрии под ред. Атанасяна Л.С. задачи № 10.22-10.10.29; 10.34; 10.35.

### **Тема 9. Понятие о неевклидовой геометрии (ПК-2)**

#### **Лекция.**

Теорема Гаусса-Бонне. Дефект геодезического треугольника. Поверхности постоянной кривизны. Реализация в малом геометрии Лобачевского на поверхности постоянной отрицательной гауссовой кривизны.

#### **Практическое занятие.**

Теорема Гаусса-Бонне. Дефект геодезического треугольника. Поверхности постоянной кривизны. Реализация в малом геометрии Лобачевского на поверхности постоянной отрицательной гауссовой кривизны.

#### **Задания для самостоятельной работы.**

Сборник задач по геометрии ч. 2 под ред Л.С. Атанасяна задачи № 168,169; , задачи № 3.1-3.3; 3.6-3.9; 3.18- 3.22.

## **4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства**

### **4.1. Распределение баллов:**

6 семестр

- посещаемость – 10 баллов
- текущий контроль – 70 баллов
- контрольные срезы – 2 среза по 10 баллов каждый
- премиальные баллы – 20 баллов

Распределение баллов по заданиям:

№ те мы	Название темы / вид учебной работы	Формы текущего контроля / срезы	Мах. кол-во баллов	Методика проведения занятия и оценки



1.	Метрические пространства	Выполнение практических заданий	20	<p>3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы;</p> <p>2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет);</p> <p>1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал;</p> <p>0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.</p>
2.	Топологические пространства	Выполнение практических заданий	15	<p>3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы;</p> <p>2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет);</p> <p>1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал;</p> <p>0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.</p>
		<b>Контрольная работа(контрольный срез)</b>	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
3.	Топологические многообразия	Выполнение практических заданий	15	<p>3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы;</p> <p>2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет);</p> <p>1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал;</p> <p>0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.</p>
		<b>Контрольная работа(контрольный срез)</b>	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
		Зачет	20	Выполнение задания для получения зачета 5 заданий по 4 балла за задание
4.	Посещаемость		10	Студент может получить дополнительно в течение семестра максимум 10 баллов за отсутствие пропусков без уважительных причин и выполнение всех заданий
5.	Премиальные баллы		20	<p>Участие в студенческих олимпиадах – 10 баллов</p> <p>Участие в студенческих конференциях – 10 баллов</p>
6.	Индивидуальные задания, с помощью которых можно набрать дополнительные баллы		50	<p>Решение 10 задач на доказательство с использованием изученного теоретического материала.</p> <p>Каждая задача оценивается в 5 баллов.</p>
7.	Итого за семестр		100	

## 7 семестр

- посещаемость – 10 баллов
- текущий контроль – 40 баллов
- контрольные срезы – 2 среза по 10 баллов каждый
- премиальные баллы – 20 баллов
- ответ на экзамене: не более 30 баллов

## Распределение баллов по заданиям:

№ те мы	Название темы / вид учебной работы	Формы текущего контроля / срезы	Мах. кол-во баллов	Методика проведения занятия и оценки
1.	Линии в евклидовом пространстве	Выполнение практических заданий	20	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике
		<b>Контрольная работа(контрольный срез)</b>	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
2.	Соприкосновение кривых	Выполнение практических заданий	20	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике
		<b>Контрольная работа(контрольный срез)</b>	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
3.	Посещаемость		10	Студент может получить дополнительно в течение семестра максимум 10 баллов за отсутствие пропусков без уважительных причин и выполнение всех заданий
4.	Премиальные баллы		20	Участие в студенческих олимпиадах – 10 баллов Участие в студенческих конференциях – 10 баллов

5.	Ответ на экзамене	30	10-17 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «удовлетворительно» 18-24 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «хорошо», 25-30 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «отлично».
6.	Индивидуальные задания, с помощью которых можно набрать дополнительные баллы	50	Добор баллов: студент может предоставить все задания текущего контроля и задания контрольных срезов
7.	Итого за семестр	100	

### 8 семестр

- посещаемость – 10 баллов
- текущий контроль – 40 баллов
- контрольные срезы – 2 среза по 10 баллов каждый
- премиальные баллы – 20 баллов
- ответ на экзамене: не более 30 баллов

### Распределение баллов по заданиям:

№ те мы	Название темы / вид учебной работы	Формы текущего контроля / срезы	Мах. кол-во баллов	Методика проведения занятия и оценки
1.	Поверхности в евклидовом пространстве	Выполнение практических заданий	10	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
		<b>Контрольная работа(контрольный срез)</b>	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
2.	Основные уравнения теории поверхностей.	Выполнение практических заданий	10	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.

3.	Основы теории геодезических линий на поверхности	Выполнение практических заданий	10	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
		<b>Контрольная работа(контрольный срез)</b>	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
4.	Понятие о неевклидовой геометрии	Выполнение практических заданий	10	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
5.	Посещаемость		10	Студент может получить дополнительно в течение семестра 10 баллов за отсутствие пропусков без уважительных причин и за выполнение всех заданий
6.	Премияльные баллы		20	Участие в студенческих олимпиадах – 10 баллов Участие в студенческих конференциях – 10 баллов
7.	Ответ на экзамене		30	10-17 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «удовлетворительно» 18-24 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «хорошо», 25-30 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «отлично».
8.	Индивидуальные задания, с помощью которых можно набрать дополнительные баллы		50	Добор баллов: студент может предоставить все задания текущего контроля и задания контрольных срезов
9.	Итого за семестр		100	

Итоговая оценка по экзамену выставляется в 100-балльной шкале и в традиционной четырехбалльной шкале. Перевод 100-балльной рейтинговой оценки по дисциплине в традиционную четырехбалльную осуществляется следующим образом:

100-балльная система	Традиционная система
85 - 100 баллов	Отлично
70 - 84 баллов	Хорошо
50 - 69 баллов	Удовлетворительно
Менее 50	Неудовлетворительно

## 4.2 Типовые оценочные средства текущего контроля

### **Выполнение практических заданий**

#### Тема 1. Метрические пространства

Опрос, решение задач у доски

#### Тема 2. Топологические пространства

Опрос, решение задач у доски

#### Тема 3. Топологические многообразия

Опрос по теории, решение задач у доски

#### Тема 4. Линии в евклидовом пространстве

Опрос по теории, решение задач у доски

#### Тема 5. Соприкосновение кривых

Опрос по теории, решение задач у доски

#### Тема 6. Поверхности в евклидовом пространстве

Опрос по теории, решение задач у доски

#### Тема 7. Основные уравнения теории поверхностей.

Опрос по теории, решение задач у доски

#### Тема 8. Основы теории геодезических линий на поверхности

Опрос по теории, решение задач у доски

#### Тема 9. Понятие о неевклидовой геометрии

Опрос по теории, решение задач у доски

### **Зачет**

#### Тема 3. Топологические многообразия

Задание для проведения зачета

### **Контрольная работа**

#### Тема 2. Топологические пространства

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

#### Тема 3. Топологические многообразия

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

#### Тема 4. Линии в евклидовом пространстве

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

#### Тема 5. Соприкосновение кривых

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

## Тема 6. Поверхности в евклидовом пространстве

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

## Тема 8. Основы теории геодезических линий на поверхности

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

## 4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета, экзамена

**Типовые вопросы зачета (ПК-2)**

- 1 Метрические пространства.
- 2 Топологические пространства.
- 3 База топологии.
- 4 Замкнутые множества. Граница множества.
- 5 Индуцированная топология.
- 6 Отделимость. Компактность. Связность. Область.
- 7 Непрерывные отображения и их свойства. Гомеоморфизм. Предмет топологии.
- 8 Топологические многообразия. Многообразие с краем.
- 9 Понятие о клеточном разложении многообразия.
- 10 Эйлерова характеристика многообразия.
- 11 Ориентируемые и неориентируемые двумерные топологические многообразия.
- 12 Векторные функции скалярного аргумента и их дифференцирование.

**Типовые задания для зачета (ПК-2)****Практико-ориентированные задания для зачета**

№1. Является ли функция  $\rho(x, y) = |x - y|^{\frac{2}{3}}$  метрикой на множестве вещественных чисел  $\mathbb{R}$ ? Ответ обосновать. В случае отрицательного ответа придумайте другую непрерывную метрику  $\rho(x, y)$ , отличную от стандартной евклидовой метрики  $\rho_E(x, y) = |x - y|$ .

№2. Пусть  $X = \{(x, y) \in E^2 : x, y \in [0, 1]\}$ . Назовем открытыми в  $X$  следующие множества  $X, \emptyset, V_b = \{(x, y) \in E^2 : x \in (b, 1], y \in (b, 1], b \in [0, 1]\}$ . Докажите, что указанное семейство открытых множеств образует в  $X$  топологию. В полученном топологическом пространстве найдите внутренние, внешние, граничные точки и замыкание множества  $A = \{(x, y) \in E^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 0,5\}$ . Выясните, является ли это множество  $A$ : а) замкнутым, б) отделимым, в) связным, г) компактным? Ответы давать обоснованные, со ссылками на соответствующую теорию.

№3. Докажите, что гипербола гомеоморфна паре параллельных прямых.

№4. Докажите, что боковая поверхность прямого кругового цилиндра не гомеоморфна боковой поверхности прямого кругового конуса

**Типовые вопросы экзамена (ПК-2)**

**Примеры вопросов по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология» для зачета в 6 семестре.**

- 1 Метрические пространства.
- 2 Топологические пространства.
- 3 База топологии.
- 4 Замкнутые множества. Граница множества.
- 5 Индуцированная топология.
- 6 Отделимость. Компактность. Связность. Область.
- 7 Непрерывные отображения и их свойства. Гомеоморфизм. Предмет топологии.
- 8 Топологические многообразия. Многообразие с краем.
- 9 Понятие о клеточном разложении многообразия.
- 10 Эйлерова характеристика многообразия.
- 11 Ориентируемые и неориентируемые двумерные топологические многообразия.

**Примеры вопросов по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология» для экзамена в 7 семестре.**

- 1 Векторные функции скалярного аргумента и их дифференцирование.
- 2 Понятие линии.
- 3 Гладкие линии.
- 4 Касательная и нормаль к линии.
- 5 Длина дуги кривой.
- 6 Естественная параметризация кривой.
- 7 18. Репер Френе.
- 8 19. Кривизна кривой.
- 9 20. Кручение кривой.
- 10 Формулы Френе.
- 11 Формулы для вычисления кривизны и кручения кривой в естественной параметризации.
- 12 Натуральные уравнения кривой.
- 13 Соприкосновение кривых.
- 14 Достаточные условия.
- 15 Соприкасающаяся окружность.
- 16 Плоские кривые.
- 17 Эволюта и эвольвента.
- 18 Формулы для вычисления кривизны и кручения кривой в произвольной параметризации.

**Примеры вопросов по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология» для экзамена в 8 семестре.**

- 1 Понятие поверхности.
- 2 Способы задания поверхности.
- 3 Криволинейные координаты точки на поверхности.
- 4 Гладкие поверхности.
- 5 Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
- 6 Первая квадратичная форма и ее геометрический смысл.
- 7 Угол между кривыми на поверхности.
- 8 Вычисление площади компактной поверхности.
- 9 Вторая квадратичная форма.
- 10 Кривизна кривой на поверхности.

- 11 Асимптотические линии.
- 12 Индикатриса Дюпена.
- 13 Классификация точек поверхности.
- 14 Главные направления.
- 15 Главные кривизны.
- 16 Линии кривизны.
- 17 Формулы Родрига.
- 18 Полная и средняя кривизны.
- 19 Формулы Эйлера.
- 20 Основные уравнения теории поверхностей.
- 21 Деривационные формулы.
- 22 Формулы Гаусса-Петерсона-Кодацци.
- 23 Существование и единственность поверхностей с заданными первой и второй квадратичными формами.
- 24 Теоремы Бонне и Гаусса.
- 25 Внутренняя геометрия поверхностей.
- 26 Геодезическая кривизна линий на поверхности.
- 27 Полугеодезическая система координат.
- 28 Изометрические поверхности.
- 29 Изгибание поверхностей.
- 30 Теорема Гаусса-Бонне.
- 31 Дефект геодезического треугольника.
- 32 Поверхности постоянной кривизны.
- 33 Реализация в малой геометрии Лобачевского на поверхности постоянной отрицательной гауссовой кривизны.
- 34 . Параллельное перенесение вектора по поверхности.

### Типовые задания для экзамена (ПК-2)

#### Типовые задания для экзамена

1. Найдите длину одного витка линии между двумя ее точками пересечения с плоскостью  $\text{hoz.}$ .
2. Дана линия. В заданной точке найдите репер Френе, кривизну и кручение, уравнения прямых и плоскостей репера Френе.
3. Доказать, что все нормальные плоскости к кривой, проходят через некоторую фиксированную точку пространства. Определить координаты этой точки.
4. Доказать, что линия является плоской и найти уравнение плоскости, в которой она расположена.
5. Пусть  $R$  - числовая прямая. В явном виде перечислены множества, которые считаются открытыми на  $R$ . Доказать, что семейство открытых множеств определяет топологию на  $R$ . В полученном топологическом пространстве найдите внутренние, внешние, граничные точки и замыкание заданного множества  $M$ .

#### 4.4. Шкала оценивания промежуточной аттестации

##### Зачет

Оценка	Компетенции	Дескрипторы (уровни) – основные признаки освоения (показатели достижения результата)
--------	-------------	--



«зачтено» (50 - 100 баллов)	ПК-2	Хорошо определяет методы и средства научных исследований для решения конкретных задач в своей предметной области; умеет оценивать результаты исследований.
«не зачтено» (0 - 49 баллов)	ПК-2	Не умеет определять методы и средства научных исследований для решения конкретных задач в своей предметной области; не умеет оценивать результаты исследований.

#### Экзамен

Оценка	Компетенции	Дескрипторы (уровни) – основные признаки освоения (показатели достижения результата)
«отлично» (85 - 100 баллов)	ПК-2	Отлично определяет методы и средства научных исследований для решения конкретных задач в своей предметной области; оценивает результаты исследований
«хорошо» (70 - 84 баллов)	ПК-2	Хорошо определяет методы и средства научных исследований для решения конкретных задач в своей предметной области; оценивает результаты исследований
«удовлетворительно» (50 - 69 баллов)	ПК-2	Удовлетворительно определяет методы и средства научных исследований для решения конкретных задач в своей предметной области; оценивает результаты исследований
«неудовлетворительно» (менее 50 баллов)	ПК-2	Не удовлетворительно определяет методы и средства научных исследований для решения конкретных задач в своей предметной области; оценивает результаты исследований

## 5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

### 5.1 Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся:

Приступая к изучению дисциплины, в первую очередь обучающимся необходимо ознакомиться содержанием рабочей программы дисциплины (РПД), которая определяет содержание, объем, а также порядок изучения и преподавания учебной дисциплины, ее раздела, части.

Для самостоятельной работы важное значение имеют разделы «Объем и содержание дисциплины», «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» и «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы».

В разделе «Объем и содержание дисциплины» указываются все разделы и темы изучаемой дисциплины, а также виды занятий и планируемый объем в академических часах.

В разделе «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» указана рекомендуемая основная и дополнительная литература.

В разделе «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы» содержится перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем, необходимых для освоения дисциплины.

### 5.2 Рекомендации обучающимся по работе с теоретическими материалами по дисциплине

При изучении и проработке теоретического материала необходимо:

- просмотреть еще раз презентацию лекции в системе MOODLe, повторить законспектированный на лекционном занятии материал и дополнить его с учетом рекомендованной дополнительной литературы;
- при самостоятельном изучении теоретической темы сделать конспект, используя рекомендованные в РПД источники, профессиональные базы данных и информационные справочные системы;
- ответить на вопросы для самостоятельной работы, по теме представленные в пункте 3.2 РПД.
- при подготовке к текущему контролю использовать материалы фонда оценочных средств (ФОС).

### 5.3 Рекомендации по работе с научной и учебной литературой

Работа с основной и дополнительной литературой является главной формой самостоятельной работы и необходима при подготовке к устному опросу на семинарских занятиях, к дебатам, тестированию, экзамену. Она включает проработку лекционного материала и рекомендованных источников и литературы по тематике лекций.

Конспект лекции должен содержать реферативную запись основных вопросов лекции, в том числе с опорой на размещенные в системе MOODLe презентации, основных источников и литературы по темам, выводы по каждому вопросу. Конспект может быть выполнен в рамках распечатки выдачи презентаций лекций или в отдельной тетради по предмету. Он должен быть аккуратным, хорошо читаемым, не содержать не относящуюся к теме информацию или рисунки.

Конспекты научной литературы при самостоятельной подготовке к занятиям должны содержать ответы на каждый поставленный в теме вопрос, иметь ссылку на источник информации с обязательным указанием автора, названия и года издания используемой научной литературы. Конспект может быть опорным (содержать лишь основные ключевые позиции), но при этом позволяющим дать полный ответ по вопросу, может быть подробным. Объем конспекта определяется самим студентом.

В процессе работы с основной и дополнительной литературой студент может:

- делать записи по ходу чтения в виде простого или развернутого плана (создавать перечень основных вопросов, рассмотренных в источнике);
- составлять тезисы (цитирование наиболее важных мест статьи или монографии, короткое изложение основных мыслей автора);
- готовить аннотации (краткое обобщение основных вопросов работы);
- создавать конспекты (развернутые тезисы).

#### 5.4. Рекомендации по подготовке к отдельным заданиям текущего контроля

Собеседование предполагает организацию беседы преподавателя со студентами по вопросам практического занятия с целью более обстоятельного выявления их знаний по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. Все члены группы могут участвовать в обсуждении, добавлять информацию, дискутировать, задавать вопросы и т.д.

Устный опрос может применяться в различных формах: фронтальный, индивидуальный, комбинированный. Основные качества устного ответа подлежащего оценке:

- правильность ответа по содержанию;
- полнота и глубина ответа;
- сознательность ответа;
- логика изложения материала;
- рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи;
- своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе;
- использование дополнительного материала;
- рациональность использования времени, отведенного на задание.

Устный опрос может сопровождаться презентацией, которая подготавливается по одному из вопросов практического занятия. При выступлении с презентацией необходимо обращать внимание на такие моменты как:

- содержание презентации: актуальность темы, полнота ее раскрытия, смысловое содержание, соответствие заявленной темы содержанию, соответствие методическим требованиям (цели, ссылки на ресурсы, соответствие содержания и литературы), практическая направленность, соответствие содержания заявленной форме, адекватность использования технических средств учебным задачам, последовательность и логичность презентуемого материала;
- оформление презентации: объем (оптимальное количество), дизайн (читаемость, наличие и соответствие графики и анимации, звуковое оформление, структурирование информации, соответствие заявленным требованиям), оригинальность оформления, эстетика, использование возможности программной среды, соответствие стандартам оформления;
- личностные качества: ораторские способности, соблюдение регламента, эмоциональность, умение ответить на вопросы, систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам программы;

- содержание выступления: логичность изложения материала, раскрытие темы, доступность изложения, эффективность применения средств ИКТ, способы и условия достижения результативности и эффективности для выполнения задач своей профессиональной или учебной деятельности, доказательность принимаемых решений, умение аргументировать свои заключения, выводы.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1 Основная литература:

1. Ушаков, А. В. Элементы топологии и дифференциальной геометрии : учебное пособие. - Весь срок охраны авторского права; Элементы топологии и дифференциальной геометрии. - Москва: Московский городской педагогический университет, 2010. - 144 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/26669.html>
2. Игнатьев Ю. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей в евклидовом пространстве: IV семестр. - Казань: Казанский федеральный университет (КФУ), 2013. - 203 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276302>
3. Киреев И. В., Кнауб Л. В., Левчук Д. В., Нужин Я. Н. Тензорный анализ и дифференциальная геометрия : учебное пособие. - Красноярск: СФУ, 2017. - 102 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=497726>
4. Игнаточкина, Л. А. Топология для бакалавров математики : учебное пособие. - Весь срок охраны авторского права; Топология для бакалавров математики. - Москва: Прометей, 2016. - 88 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/58207.html>

### 6.2 Дополнительная литература:

1. Кузовлев В. П. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии : учебное пособие. - Москва: Физматлит, 2012. - 207 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275554>
2. Манфредо, П. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей. - 2022-10-01; Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей. - Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2013. - 608 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/28887.html>
3. Куратовский К. Топология. - Москва: Мир, 1966. - 591 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464136>
4. Куратовский К. Топология. - Москва: Мир, 1969. - 623 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464135>
5. Федорчук В. В., Филиппов В. В. Общая топология. Основные конструкции : учебное пособие. - 2-е изд., испр. и доп.. - Москва: Физматлит, 2006. - 333 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69332>
6. Келли Д. Общая топология. - Москва: Наука, 1968. - 380 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464134>
7. Астахова, И. В., Никишкин, В. А. Геометрия и топология : учебное пособие. - 2021-12-31; Геометрия и топология. - Москва: Евразийский открытый институт, 2011. - 94 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/10645.html>

### 6.3 Иные источники:

1. База данных zbMath - <https://www.zbmath.org/>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение: учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории и помещения для самостоятельной работы укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы укомплектованы компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования, обеспечивающие тематические иллюстрации (проектор, ноутбук, экран/ интерактивная доска).

Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

LibreOffice

Операционная система "Альт Образование"

Microsoft Windows 10

Microsoft Office Профессиональный плюс 2007

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.ru. – URL: <https://elibrary.ru>
2. Российская государственная библиотека. – URL: <https://www.rsl.ru>
3. Российская национальная библиотека. – URL: <http://nlr.ru>
4. Президентская библиотека имени Б.Н. Ельцина. – URL: <https://www.prilib.ru>
5. Университетская библиотека онлайн: электронно-библиотечная система. – URL: <https://biblioclub.ru>

### **Электронная информационно-образовательная среда**

[https://auth.tsutmb.ru/authorize?response\\_type=code&client\\_id=moodle&state=xyz](https://auth.tsutmb.ru/authorize?response_type=code&client_id=moodle&state=xyz)

Взаимодействие преподавателя и студента в процессе обучения осуществляется посредством мультимедийных, гипертекстовых, сетевых, телекоммуникационных технологий, используемых в электронной информационно-образовательной среде университета.